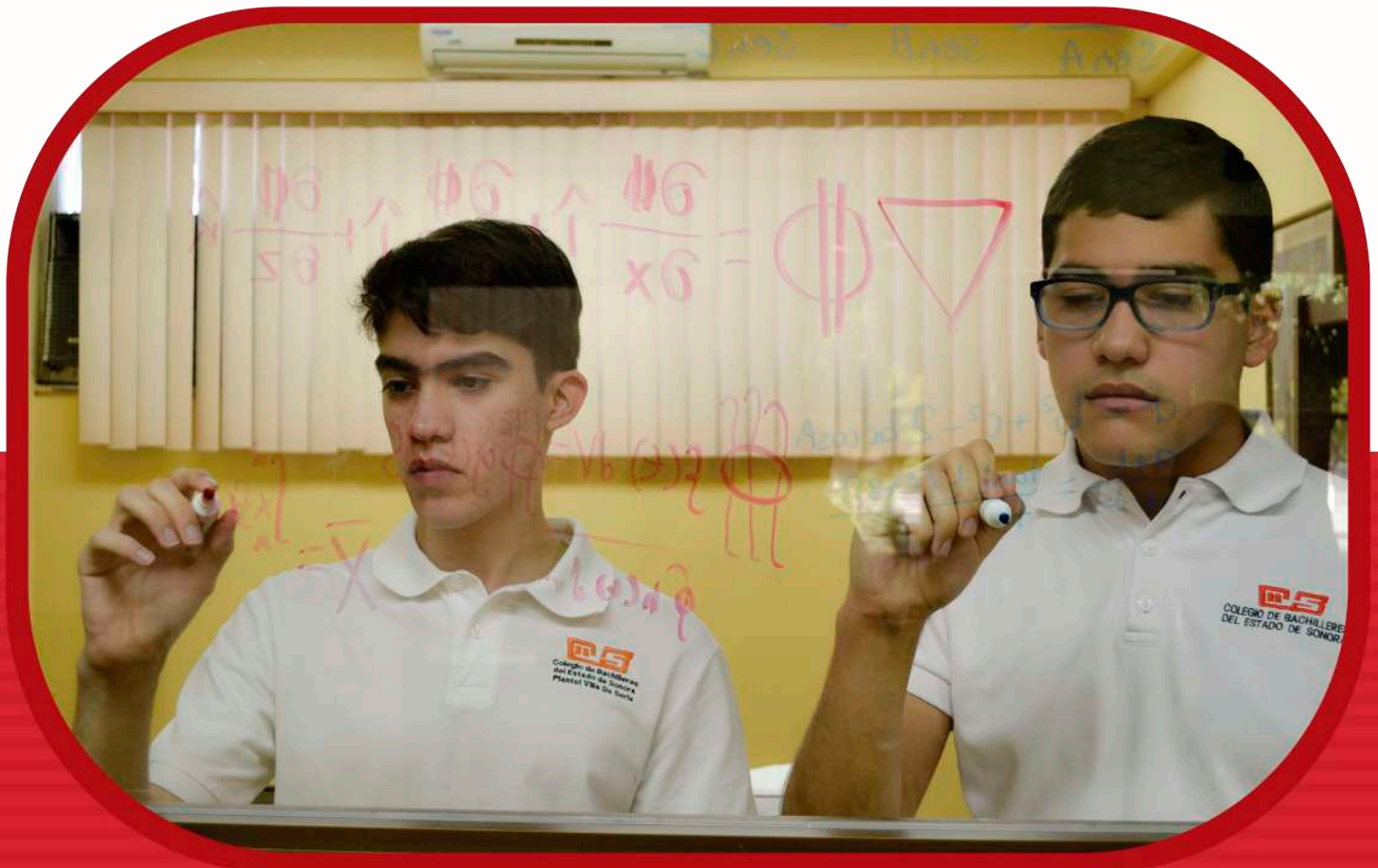
COLEGIO DE BACHILLERES
DEL ESTADO DE SONORA

REFORMA INTEGRAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

MATEMÁTICAS 1

FORMACIÓN BÁSICA



MÓDULO DE APRENDIZAJE

PRIMER SEMESTRE

QUERIDOS JÓVENES:

Siempre he pensado que la juventud constituye una de las etapas más importantes en el desarrollo del ser humano; es la edad donde forjamos el carácter y visualizamos los más claros anhelos para nuestra vida adulta. Por eso, desde que soñé con dirigir los destinos de nuestro estado, me propuse hacer acciones concretas y contundentes para contribuir al pleno desarrollo de nuestros jóvenes sonorenses.

Hoy, al encontrarme en el ejercicio de mis facultades como Gobernadora Constitucional del Estado de Sonora, he retomado los compromisos que contraje con ustedes, sus padres y –en general con las y los sonorenses– cuando les solicité su confianza para gobernar este bello y gran estado. Particularmente lucharé de manera incansable para que Sonora cuente con "Escuelas formadoras de jóvenes innovadores, cultos y con vocación para el deporte". Este esfuerzo lo haré principalmente de la mano de sus padres y sus maestros, pero también con la participación de importantes actores que contribuirán a su formación; estoy segura que juntos habremos de lograr que ustedes, quienes constituyen la razón de todo lo que acometamos, alcancen sus más acariciados sueños al realizarse exitosamente en su vida académica, profesional, laboral, social y personal.

Este módulo de aprendizaje que pone en sus manos el Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora, constituye sólo una muestra del arduo trabajo que realizan nuestros profesores para fortalecer su estudio; aunado a lo anterior, esta Administración 2015-2021 habrá de caracterizarse por apoyar con gran ahínco el compromiso pactado con ustedes. Por tanto, mis sueños habrán de traducirse en acciones puntuales que vigoricen su desarrollo humano, científico, físico y emocional, además de incidir en el manejo exitoso del idioma inglés y de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

Reciban mi afecto y felicitación; han escogido el mejor sendero para que Sonora sea más próspero: la educación.

LIC. CLAUDIA ARTEMIZA PAVLOVICH ARELLANO
GOBERNADORA CONSTITUCIONAL DEL ESTADO DE SONORA

ESTADO DE SONORA

MATEMÁTICAS 1

FORMACIÓN BÁSICA

MÓDULO DE APRENDIZAJE

PRIMER SEMESTRE

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE SONORA

DIRECCIÓN GENERAL

DIRECCIÓN ACADÉMICA

MATEMÁTICAS 1

Módulo de Aprendizaje.
Copyright© 2016 por Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora.
Todos los derechos reservados.
Primera edición digital 2016.
Primera edición 2017.
Segunda edición 2018. Impreso en México.

DEPARTAMENTO DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO DE LA PRÁCTICA DOCENTE
Blvd. Agustín de Vildósola, Sector Sur.
Hermosillo, Sonora, México. C.P. 83280

COMISIÓN ELABORADORA

Elaboración:
Adán Durazo Armenta
Erik Morales Mercado
Hermenegildo Rivera Martínez
Librada Cárdenas Esquer
María Elena Conde Hernández
Marco Antonio Rendón Ramos
Raúl Amavisca Carlton

Revisión disciplinar:
Concepción Valenzuela García
Karem Del Carmen Ruiz Escudero
Miguel Ángel Barceló Lara
Javier Arguelles Campoy
María Antonieta Vindiola Córdova

Corrección de estilo:
Francisco Castillo Blanco

Diseño y edición:
María Jesús Jiménez Duarte
Luis Ricardo Sanchez Landín
Karla Fernanda Flores Torres
Daniela Carolina López Solis

Diseño de portada:
María Jesús Jiménez Duarte

Fotografía de portada:
María Jesús Jiménez Duarte

Banco de imágenes:
Shutterstock©

Coordinación técnica:
Alfredo Rodríguez León
Rubisela Morales Gispert

Supervisión académica:
Barakiel Valdez Mendívil

Coordinación general:
Mauricio Gracia Coronado

Esta publicación se terminó de imprimir durante el mes de junio de 2018.
Diseñada en Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora.
Blvd. Agustín de Vildósola, Sector Sur. Hermosillo, Sonora, México.
La edición consta de 13,348 ejemplares.

CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

BLOQUE I: RESUELVE PROBLEMAS ARITMÉTICOS Y ALGEBRAICOS.

En el bloque 1 el alumno aprenderá el uso de variables y expresiones en el contexto de los números positivos.

BLOQUE II: UTILIZA MAGNITUDES Y NÚMEROS REALES.

En este bloque el alumno aprenderá el uso de variables y expresiones algebraicas en el contexto de los números reales, así mismo, sobre comparaciones con el uso de tasas, razones, proporciones y la variación proporcional como caso simple de relación lineal entre dos variables.

BLOQUE III: REALIZA SUMAS Y SUCESIONES DE NÚMEROS.

En el bloque III se estudiarán sucesiones y series (aritméticas y geométricas) de números, bosquejando funciones discretas (lineales y exponenciales).

BLOQUE IV: REALIZA TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS I.

BLOQUE V: REALIZA TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS II.

En los bloques IV y V se estudiarán operaciones con polinomios en una variable y factorizaciones básicas y de trinomios (incluyendo productos notables y operaciones racionales).

BLOQUE VI: RESUELVE ECUACIONES LINEALES I.

BLOQUE VII: RESUELVE ECUACIONES LINEALES II y III.

En los bloques VI y VII se estudiarán, respectivamente, los sistemas de ecuaciones 1X1, 2X2 y 3X3 en estrecha conexión con la función lineal.

BLOQUE VIII: RESUELVE ECUACIONES CUADRÁTICAS.

En el bloque VIII se estudiarán las ecuaciones cuadráticas en una variable y su relación con la función cuadrática.

BLOQUE IX: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA.

Finalmente en el bloque IX se estudiarán las medidas de tendencia central para datos agrupados y no agrupados, los conceptos de población muestra, eventos deterministas y aleatorios, y las leyes aditivas y multiplicativa de las probabilidades.

CONTENIDO

Contenido de la asignatura III
Presentación VII
Estructura metodológica de los textos VIII
Competencias genéricas X
Competencias disciplinares XI
Mapa de la asignatura XII

BLOQUE 1: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS Y ALGEBRAICOS 2

- Secuencia didáctica 1.1: Uso de la aritmética de los números positivos 5
- Secuencia didáctica 1.2: Uso de los números reales y las variables algebraicas 21

Autoevaluación 29
Coevaluación 32

BLOQUE 2: USO DE MAGNITUDES Y NÚMEROS REALES 34

- Secuencia didáctica 2.1: Uso de la aritmética de los números reales 37
- Secuencia didáctica 2.2: Uso e identificación de las distintas formas de comparación y relación entre los números reales 50

Autoevaluación 58
Coevaluación 62

BLOQUE 3: REALIZA SUMAS Y SUCESIONES DE NÚMEROS 63

- Secuencia didáctica 3.1: Manejo de series y sucesiones aritméticas 66
- Secuencia didáctica 3.2: Manejo de series y sucesiones geométricas 82

Autoevaluación 91
Coevaluación 94

BLOQUE 4: REALIZA TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS I 97

- Secuencia didáctica 4.1: Identificación de las operaciones de suma, resta y multiplicación de polinomios con una variable 100
- Secuencia didáctica 4.2: Identificación de los productos notables y sus relaciones con la factorización 109

Autoevaluación 122
Coevaluación 127

CONTENIDO

BLOQUE 5: REALIZA TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS II 131

- Secuencia didáctica 5.1: Reconocimiento de trinomios que no son cuadrados perfectos como producto de factores lineales 136
- Secuencia didáctica 5.2: Reconocimiento de expresiones racionales en forma simpllificada a partir de factores comunes y la división de polinomios 151

Autoevaluación 161
Coevaluación 164

BLOQUE 6: RESUELVE ECUACIONES LINEALES I 165

- Secuencia didáctica 6.1: Análisis y realización de modelos de situaciones empleando ecuaciones lineales con una incógnita 168
- Secuencia didáctica 6.2: Relación entre ecuaciones y funciones lineales 191

Autoevaluación 208
Coevaluación 211

BLOQUE 7: RESUELVE ECUACIONES LINEALES II Y III 215

- Secuencia didáctica 7.1: Obtención, identificación e interpretación de un sistema de ecuaciones de dos incógnitas (2X2) y sus soluciones, en situaciones diversas 218
- Secuencia didáctica 7.2: Obtención, identificación e interpretación de un sistema de ecuaciones de tres incógnitas (3X3) y sus soluciones en situaciones diversas 236

Autoevaluación 249
Coevaluación 252

BLOQUE 8: RESUELVE ECUACIONES CUADRÁTICAS 255

- Secuencia didáctica 8.1: Método para resolver ecuaciones cuadráticas completas e incompletas 258
- Secuencia didáctica 8.2: Identificación de situaciones que implican el manejo de ecuaciones cuadráticas completas e incompletas 272

Autoevaluación 282
Coevaluación.....285

RESPUESTAS 288

CONTENIDO

BLOQUE 9: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA 291

- Secuencia didáctica 9.1: Estadística elemental 295
- Secuencia didáctica 9.2: Probabilidad básica 309

Autoevaluación 319
Coevaluación 324

LECCIONES CONSTRUYE T 333

PRESENTACIÓN

El Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora (COBACH), desde la implementación de la Reforma Integral de la Educación Media Superior en 2007, de forma socialmente responsable, dio inicio a la adecuación de su Plan de estudios y a sus procesos de enseñanza aprendizaje y de evaluación para reforzar su modelo de Educación Basada en Competencias, y así lograr que pudieran sus jóvenes estudiantes desarrollar tanto las competencias genéricas como las disciplinares, en el marco del Sistema Nacional del Bachillerato.

Este modelo por competencias considera que, además de contar con conocimientos, es importante el uso que se hace de ellos en situaciones específicas de la vida personal, social y profesional. Dicho de otra forma, el ser competente se demuestra cuando, de forma voluntaria, se aplican dichos conocimientos a la resolución de situaciones personales o a la adquisición de nuevos conocimientos, habilidades y destrezas, lo que hace que se refuerce la adquisición de nuevas competencias.

En ese sentido el COBACH, a través de sus docentes, reestructura la forma de sus contenidos curriculares y lo plasma en sus módulos de aprendizaje, para facilitar el desarrollo de competencias. En el caso del componente de Formación para el Trabajo, además de las competencias genéricas, fortalece el sentido de apreciación hacia procesos productivos, porque aunque el bachillerato que te encuentras cursando es general y te prepara para ir a la universidad, es importante el que aprendas un oficio y poseas una actitud positiva para desempeñarlo.

De tal forma que, este módulo de aprendizaje de la asignatura de **Matemáticas 1**, es una herramienta valiosa porque con su contenido y estructura propiciará tu desarrollo como persona visionaria, competente e innovadora, características que se establecen en los objetivos de la Reforma Integral de Educación Media Superior.

El módulo de aprendizaje es uno de los apoyos didácticos que el COBACH te ofrece con la finalidad de garantizar la adecuada transmisión de saberes actualizados, acorde a las nuevas políticas educativas, además de lo que demandan los escenarios local, nacional e internacional. En cuanto a su estructura, el módulo se encuentra organizado en bloques de aprendizaje y secuencias didácticas. Una secuencia didáctica es un conjunto de actividades, organizadas en tres momentos: inicio, desarrollo y cierre.

En el inicio desarrollarás actividades que te permitirán identificar y recuperar las experiencias, los saberes, las preconcepciones y los conocimientos que ya has adquirido a través de tu formación, mismos que te ayudarán a abordar con facilidad el tema que se presenta en el desarrollo, donde realizarás actividades que introducen nuevos conocimientos dándote la oportunidad de contextualizarlos en situaciones de la vida cotidiana, con la finalidad de que tu aprendizaje sea significativo. Posteriormente se encuentra el momento de cierre de la secuencia didáctica, donde integrarás todos los saberes que realizaste en las actividades de inicio y desarrollo.

En todas las actividades de los tres momentos se consideran los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales. De acuerdo a las características y del propósito de las actividades, éstas se desarrollan de forma individual, grupal o equipos.

Para el desarrollo de tus actividades deberás utilizar diversos recursos, desde material bibliográfico, videos, investigación de campo, etcétera; así como realizar actividades prácticas de forma individual o en equipo.

La retroalimentación de tus conocimientos es de suma importancia, de ahí que se te invita a participar de forma activa cuando el docente lo indique, de esta forma aclararás dudas o bien fortalecerás lo aprendido; además en este momento, el docente podrá tener una visión general del logro de los aprendizajes del grupo.

Recuerda que la evaluación en el enfoque en competencias es un proceso continuo, que permite recabar evidencias a través de tu trabajo, donde se tomarán en cuenta los tres saberes: conceptual, procedimental y actitudinal, con el propósito de que apoyado por tu maestro mejores el aprendizaje. Es necesario que realices la autoevaluación, este ejercicio permite que valores tu actuación y reconozcas tus posibilidades, limitaciones y cambios necesarios para mejorar tu aprendizaje.

Así también, es recomendable la coevaluación, proceso donde de manera conjunta valoran su actuación, con la finalidad de fomentar la participación, reflexión y crítica ante situaciones de sus aprendizajes, promoviendo las actitudes de responsabilidad e integración del grupo.

Finalmente, se destaca que, en este modelo, tu principal contribución es que adoptes un rol activo y participativo para la construcción de tu propio conocimiento y el desarrollo de tus competencias, a través de lo que podrás dar la respuesta y la contextualización adecuadas para resolver los problemas del entorno a los que te enfrentes, ya sean personales o profesionales.

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE SONORA

ESTRUCTURA METODOLÓGICA DE LOS TEXTOS

La estructura metodológica de los textos nos señala la relación de figuras que encontrarás en diversas partes de tu módulo. Enseguida, se muestran junto con su definición, lo que te orientará sobre las actividades que deberás realizar durante el semestre en cada una de tus asignaturas.

ACTIVIDAD 1 INDIVIDUAL
SD1- B2

ACTIVIDAD 1 EQUIPO
SD1- B2

ACTIVIDAD 1 GRUPO
SD1- B2

Con este gráfico identificarás la Actividad dentro del texto, incluyendo la indicación y especificando si debe realizarse de manera individual, en equipo o grupal.

Uso de las TICS:

Sitio WEB recomendados o confiables que puedes consultar por tu cuenta vía INTERNET para que puedas ampliar tus conocimientos.

Glosario

Pisano: originario de la ciudad italiana de Pisa.

Gazapo: cría de los conejos.

Es la relación de palabras nuevas o de las cuales pudieras desconocer su significado. Es útil para conocer nuevos conceptos, ampliar tu vocabulario y comprender mejor las lecturas.

¿Sabías qué?

Podemos definir a los números reales como cualquier número que exista a excepción de las raíces pares negativas.

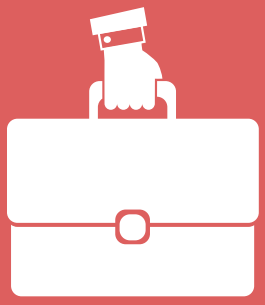
Saber más...

Algunas series infinitas convergen. Es decir que, al ir sumando sus términos, nos aproximaremos, cada vez más, a cierto valor. Por ejemplo, en la siguiente serie infinita:

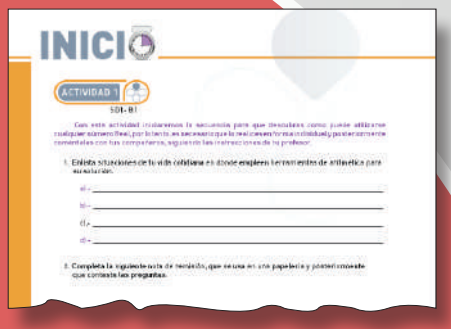
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}\cdots$$

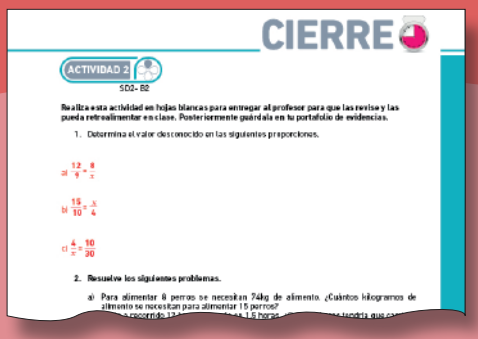
tendremos un resultado cada vez más cercano a $\frac{1}{3}$

¡Pero nunca lo alcanzaremos!



Durante el semestre, tu profesor te irá indicando qué evidencias (trabajos y ejercicios) debes ir resguardando para integrarlos en un portafolio, mismo que le entregarás cuando te lo indique, a través del cual te evaluará.





Evaluación diagnóstica

Autoevaluación

En este espacio realizarás una evaluación de tu propio trabajo, misma que deberá ser honesta para que puedas identificar los conocimientos que has adquirido y las habilidades que has desarrollado, así como las áreas que necesitas reforzar.

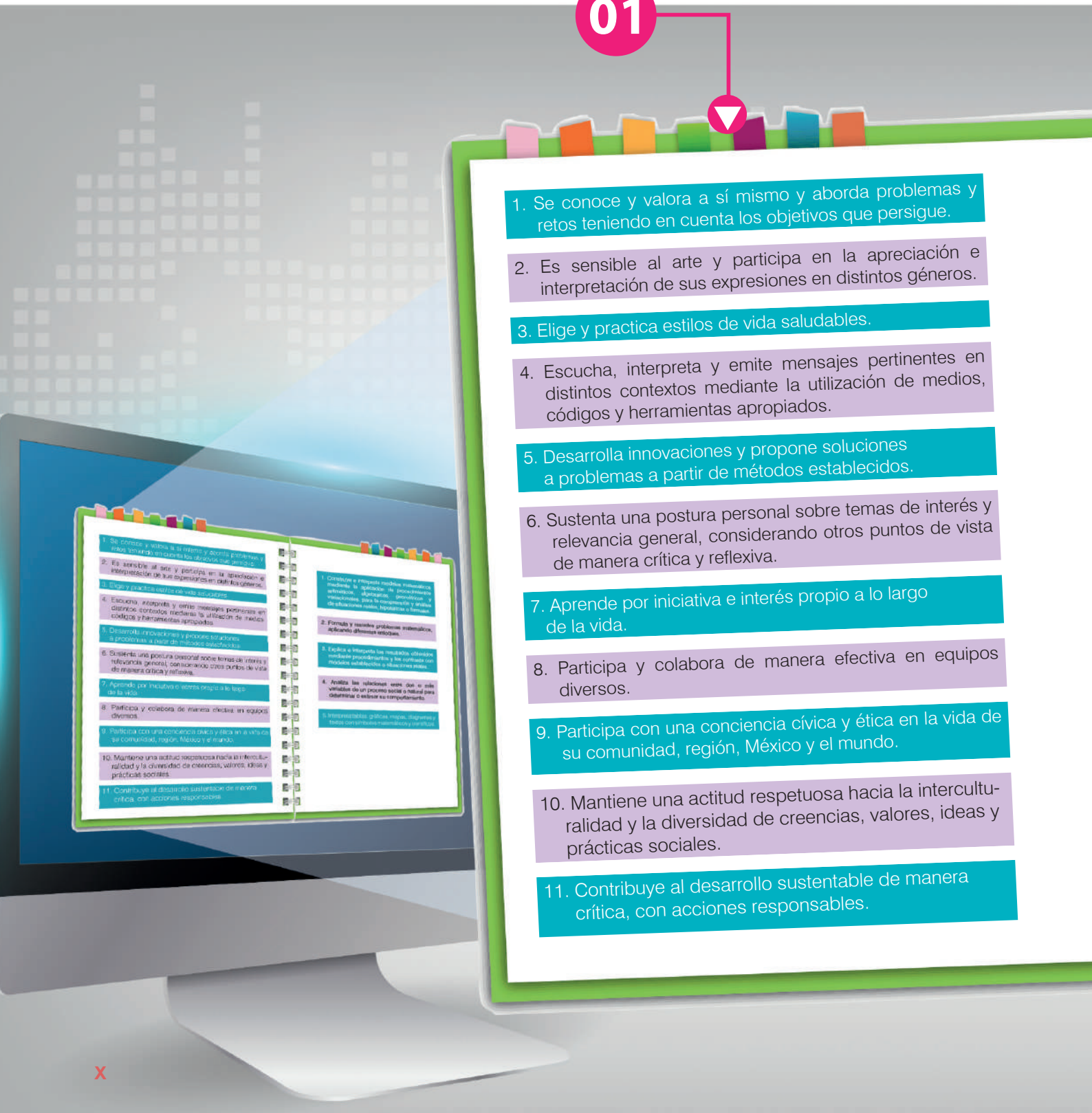
Coevaluación

Este tipo de evaluación se hace con uno o varios de tus compañeros, en ella tú los evalúas y ellos a ti. Les permite, además de valorar su aprendizaje, colaborar y aprender unos de otros.

COMPETENCIAS GENÉRICAS

COMPETENCIAS A DESARROLLAR

01



1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.
3. Elige y practica estilos de vida saludables.
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.
9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.
10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.
11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

COMPETENCIAS DISCIPLINARES

COMPETENCIAS A DESARROLLAR

02

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

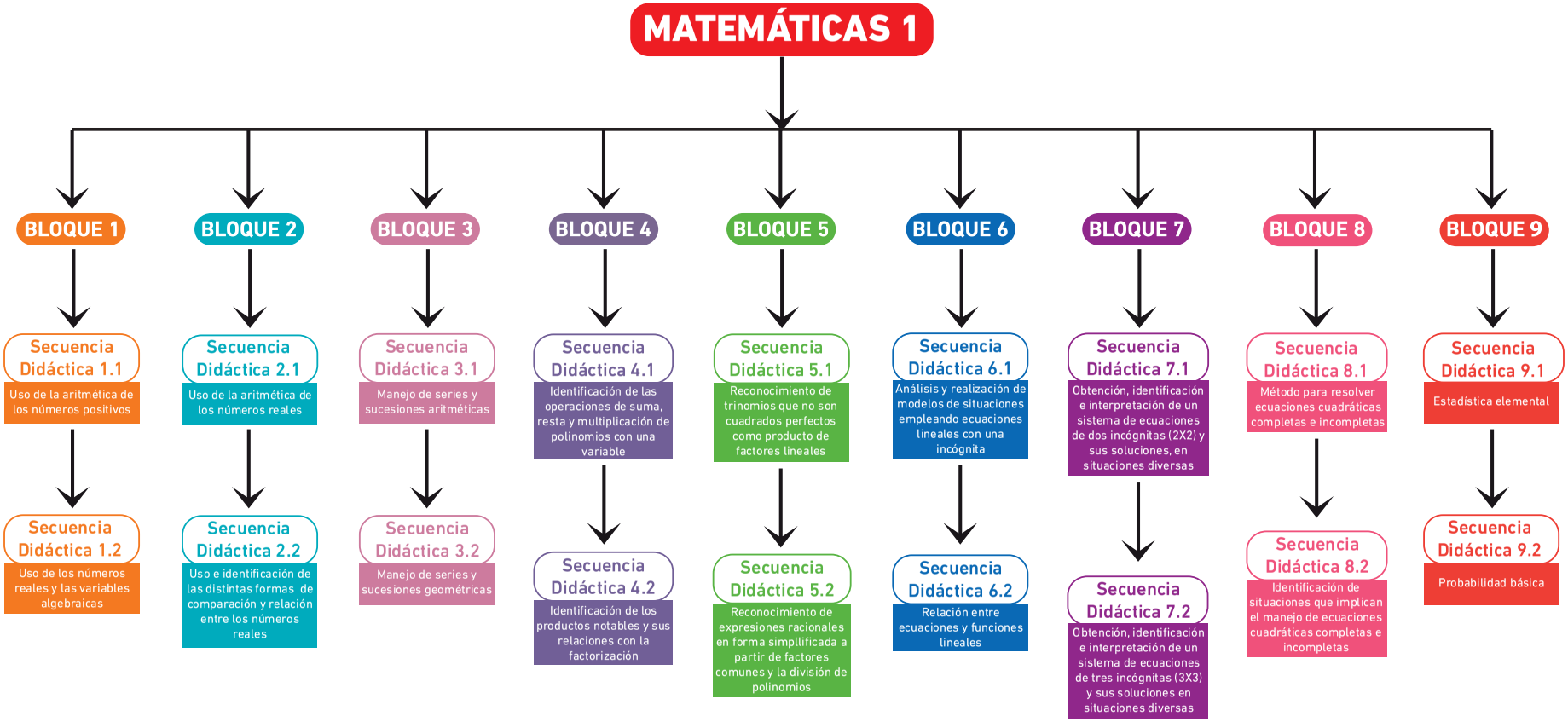
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

4. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

5. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

MAPA DE LA ASIGNATURA



Bloque 1

Resolución de problemas **aritméticos y algebraicos.**

Bloque 1

Resolución de problemas **aritméticos y algebraicos.**

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

Uso de la aritmética de los números positivos.

- Representación y formas de los números positivos.
- Jerarquización de operaciones numéricas al ejecutarlas.

Uso de los números reales y las variables algebraicas.

- Identificación y reconocimiento de números reales y variables algebraicas.
- Identificación de distintas representaciones de números reales.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Identificando formas diferentes de representar números positivos, decimales en distintas formas (enteros, fracciones, porcentajes), y de los demás números reales.
- Jerarquizando operaciones numéricas al realizarlas.
- Representando relaciones numéricas y algebraicas entre los elementos de diversas situaciones.
- Desarrollando expresiones algebraicas.
- Usando la calculadora como herramienta de exploración de resultados.
- Investiga y trabaja en equipo.

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 7 horas

Bloque 1

¿Qué necesito saber?

- Los tipos de números y su aplicación en problemas que surgen en la vida cotidiana.
- Utilizar la aritmética de los números positivos.
- La representación y formas de números positivos y números decimales.
- Jerarquizar las operaciones numéricas.

¿Qué necesito saber hacer?

- Operaciones básicas de manera individual y mixta entre fracciones y enteros positivos siguiendo una jerarquía en el orden de ejecución.
- Trabajar en equipo y saber buscar información en diferentes fuentes.

Evaluación diagnóstica

I. Realiza las siguientes operaciones:

a) $3.46 + 6.32 + 3.25 =$

b) $4.25 * 2.5 =$

c) $3 + 2(5-3)-6 =$

d) $\frac{3}{2} + \frac{3}{5} =$

e) $\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{2}\right)\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{6}\right) =$

II. Describe algebraicamente las siguientes expresiones verbales:

a) El triple de un número.

b) El doble de un número aumentado en cuatro.

c) El producto de dos números.

d) El cociente de dos números.

III. Resuelve el siguiente problema.

a) Juanita vende una casa en 350,000; si obtiene una bonificación del 20% sobre el precio de venta, ¿Cuál es la ganancia que recibe Juanita al venderla?

Secuencia didáctica 1.1

Uso de la aritmética de los **números positivos.**

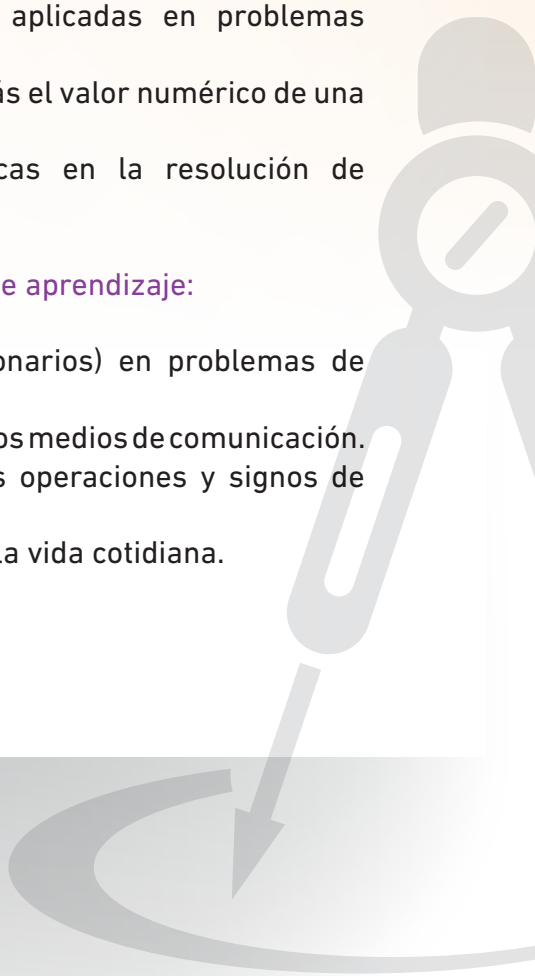
De entrada

Al término de esta secuencia podrás realizar actividades en las que utilizarás los números positivos enteros y decimales, al mismo tiempo que:

- Expresarás ideas y conceptos matemáticos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguirás instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Relacionarás magnitudes constantes y variables aplicadas en problemas cotidianos.
- Jerarquizarás las operaciones aritméticas y obtendrás el valor numérico de una expresión algebraica.
- Plantearás expresiones aritméticas y/o algebraicas en la resolución de situaciones cotidianas.

De dichas actividades obtendrás las siguientes evidencias de aprendizaje:

- Aplicarás los números positivos (enteros y fraccionarios) en problemas de poblaciones, económicos, etc.
- Descubrirás la presencia de los números positivos en los medios de comunicación.
- Resolverás ejercicios de jerarquización de distintas operaciones y signos de agrupación.
- Plantearás y resolverás problemas de aplicación de la vida cotidiana.



Representación de relaciones entre magnitudes.

Las matemáticas rodean nuestra vida. Uno de los conceptos que más utilizamos es el de sentido del **número**, el cual describe, de manera abstracta, una cantidad determinada de objetos. Las necesidades numéricas de los primeros humanos se limitaban al conteo de elementos. Para ello usaban sus dedos o piedras o nudos en cuerdas, etcétera. Con el tiempo, estas manifestaciones y conocimientos del número se fueron estructurando a partir del uso de **numerales** para representar a los números, hasta llegar a establecer las bases para desarrollar sistemas numéricos que permitieron la expresión de cantidades finitas e infinitas más el desarrollo de las operaciones aritméticas.

Saber más...

Un *sistema de numeración posicional*, es un conjunto ordenado de símbolos, denominados dígitos, cuyas reglas permiten representar datos numéricos. La norma principal de los *sistemas de numeración*, es que un mismo símbolo tiene distinto valor según la posición que ocupe dentro de una cantidad.

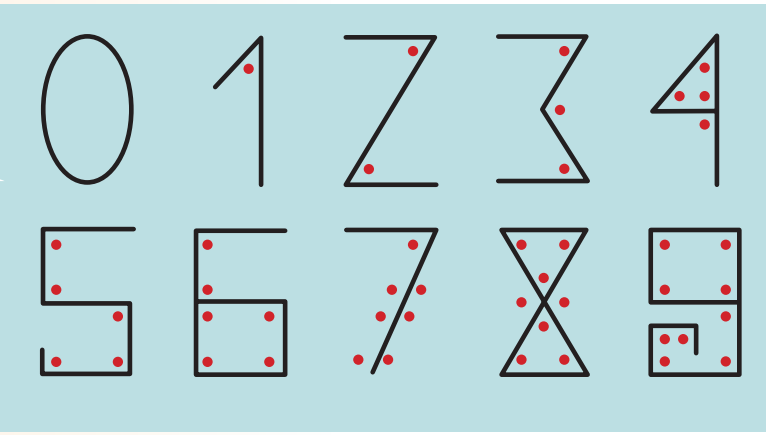
Sistema de numeración posicional decimal.

El sistema que usamos para representar cantidades se llama indo-arábigo o decimal, éste se originó en la India y su difusión estuvo a cargo de los árabes en toda Europa, de ahí viene el nombre de números arábigos.

Los símbolos que empleamos en nuestro sistema de numeración, tienen como elemento geométrico de base el ángulo. La cantidad de ángulos que tienen los símbolos, permitió asociarlos con cantidades específicas. Las siguientes figuras explican el origen de los símbolos que usamos para representar números actualmente:

Saber más...

Número: concepto que expresa la medida de una magnitud o cantidad en relación a una unidad.
Numerales: símbolo con el que se representa a un número.
Ángulo: es la unidad de medida que nos permite conocer la amplitud con la que dos rectas se interceptan entre sí.



Origenes de los símbolos numéricos.

El sistema decimal que manejamos se llama posicional ya que de acuerdo con la posición de un dígito es el valor que tiene. El primer número de derecha a izquierda indica las unidades, el siguiente número indica las decenas, el tercer número indica las centenas el cuarto número indica los millares.

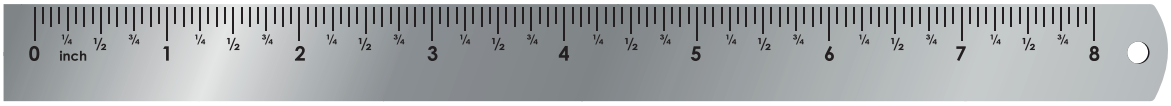
Si los colocamos en una **tabla** de valores posicionales, de menor a mayor valor, que expresan potencias de 10, tendremos: 100 son unidades, 101 son decenas, 102 centenas, 103 unidades de millar, y así, sucesivamente.

...	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0		10^{-}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	...
	10000 0	10000	100 0	10 0	10	0		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	...
	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centena	Decena	Unidades	Punto decimal	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diez milésimas	

La tabla de valores posicionales es un arreglo de potencias positivas y negativas de la base.

Los **números decimales** son aquellos que cuentan con una parte decimal y por tanto se contraponen a los números enteros que son una generalización de los números naturales, que incluye números enteros negativos y al cero; los números enteros no cuentan con una parte decimal.

Dentro de los **números decimales** nos encontramos, por un lado, con los números racionales, los cuales pueden ser expresados a través de una fracción de dos números enteros y por otro lado con los **números irracionales**, cuando no pueden representarse con una fracción de dos números enteros.



INICI

ACTIVIDAD 1

SD1.1 - B1

Con esta actividad iniciaremos la secuencia para que descubras cómo puede utilizarse cualquier número real, por lo tanto, es necesario que la realices en forma individual y posteriormente la comentas con tus compañeros, siguiendo las instrucciones de tu profesor.

1. Enlista situaciones de tu vida cotidiana en donde emplees herramientas de aritmética para su solución.

   a) _____

   b) _____

   c) _____

   d) _____

2. Completa la siguiente nota de remisión, que se usa en una papelería y posteriormente contesta las preguntas.

Papelería LA REGLA Y EL COMPÁS

Hidalgo 18, Angangueo, Mich. RFC RECO990101

NOTA DE REMISIÓN Núm. 2343

Nombre: _____

Fecha: _____

Dirección: _____

Colobia: _____

Cantidad	Descripción	Precio unitario	Precio
2	Plumones	7.70	
3	Cuaderno		38.55
	Lápices	2.10	12.60
2	Blocs de dibujo		31.60
	Folders	1.40	11.20
3	Carpetas		70.50
	Total:		
	10% Dcto.		
	Total		
	+ 15 % IVA		
	A pagar:		

a) ¿Qué números utilizaste?

_____

_____

_____

b) ¿Qué operaciones aritméticas necesitaste para el llenado de la tabla?

_____

_____

_____

c) ¿Qué otras operaciones reconoces?

_____

_____

_____

NÚMEROS REALES.

Todos esos números que anotaron en la actividad anterior pertenecen a los **números reales** (**R**).

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES.

Los números reales se dividen en dos grandes grupos:

Los Racionales (Q) y los Irracionales (I).

Los **números racionales** son aquellos que pueden expresarse por el cociente de dos números enteros, es decir las llamadas fracciones. Pueden ser positivos o negativos. Como por ejemplo:

$$\frac{7}{2}, \frac{9}{5}, \frac{-4}{3}, \frac{8}{4}$$

En diferentes contextos, los números racionales se expresan en forma de cociente:

$$\frac{a}{b}$$

En donde a es el numerador o dividendo y b es el denominador o divisor, con la condición de que b sea diferente de cero. A esta forma de representar a los números racionales se le conoce como fracción común.

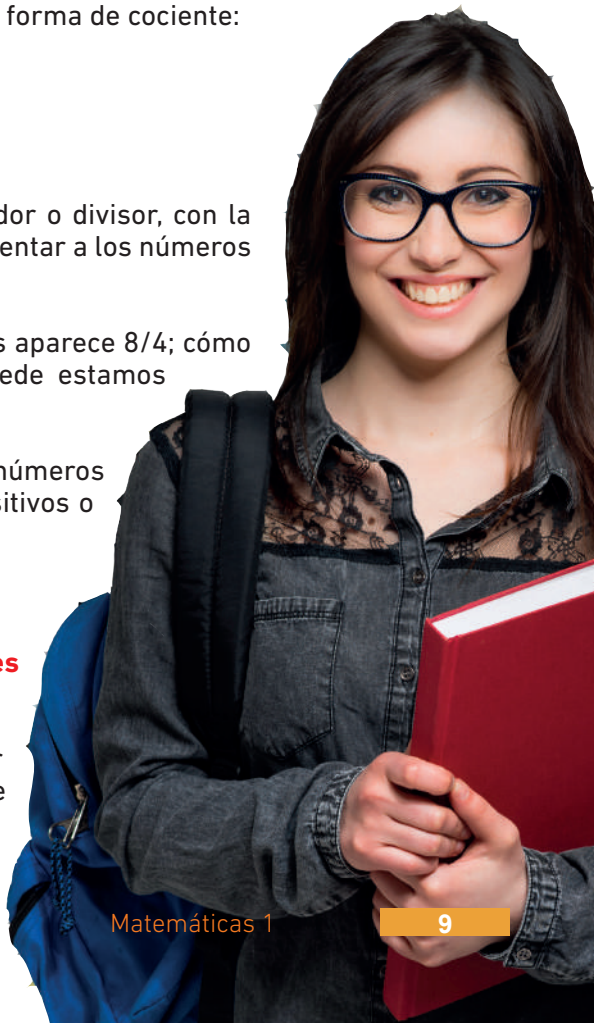
En los ejemplos de los números racionales en el último de ellos aparece 8/4; cómo puedes observar al dividirlos es igual a 2. Cuando esto sucede estamos hablando de los **números enteros.**

Podemos definir a los **números enteros (Z)** como aquellos números racionales en los cuales la división es exacta y pueden ser positivos o negativos, además del 0.

Por ejemplo: Z= {...,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,...}

Los números enteros positivos se denominan **números naturales (N).**

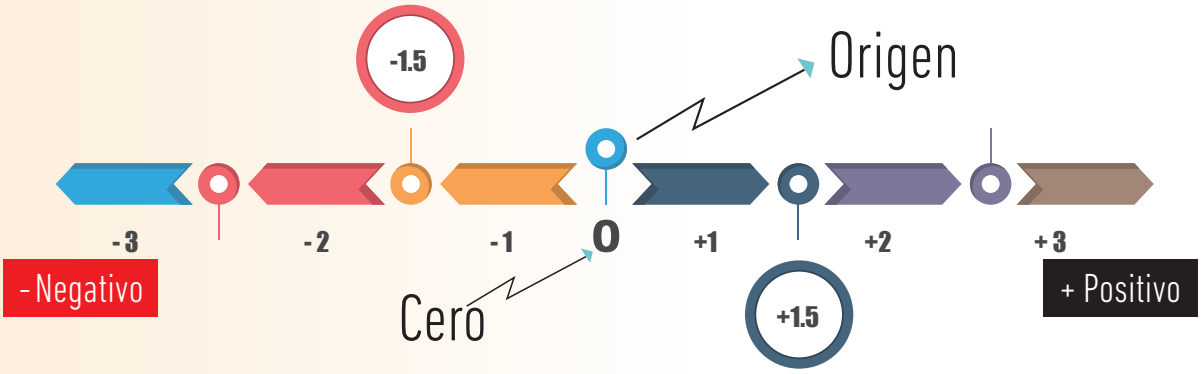
Esta ha sido la manera más natural que ha utilizado el ser humano para contar cosas a través de los tiempos y a ello se debe el nombre de su denominación.



Los números naturales nos permiten contar los elementos de un conjunto: dado un número natural, es posible saber cuál es su antecesor y cuál su sucesor.

$$N= \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,...\}$$

Si colocamos al cero como un punto de una recta numérica, entonces los números positivos son los que quedan representados como puntos a la derecha del cero y los negativos se representan a la izquierda. Al conjunto de números positivos se les conoce como números naturales (N).



Los números Irracionales son aquellos que no se pueden expresar como racionales, por ejemplo:

$$\sqrt{2}, e, \sqrt{5}, \ \pi.\frac{2\pi}{3},$$

Número primo: Los números primos son aquellos que solo resultan divisibles por sí mismos y por la unidad. Los que pueden dividirse por otros números, se denominan compuestos (por ejemplo el 9 que además de dividirse por 9 y por 1, también puede dividirse exactamente por 3). Fueron ya conocidos en la antigüedad por la civilización griega, habiendo sido usados por Euclides, quien demostró que poseen la particularidad de ser infinitos. El número 1 no integra ninguna de las dos categorías, por convención, a partir del siglo XX, y por supuesto solo es divisible por sí mismo al ser él mismo la unidad.

$$\{\mp 2, \mp 3, \mp 5, \mp 7, \mp 11, \mp 13, \mp 17, \dots\}$$

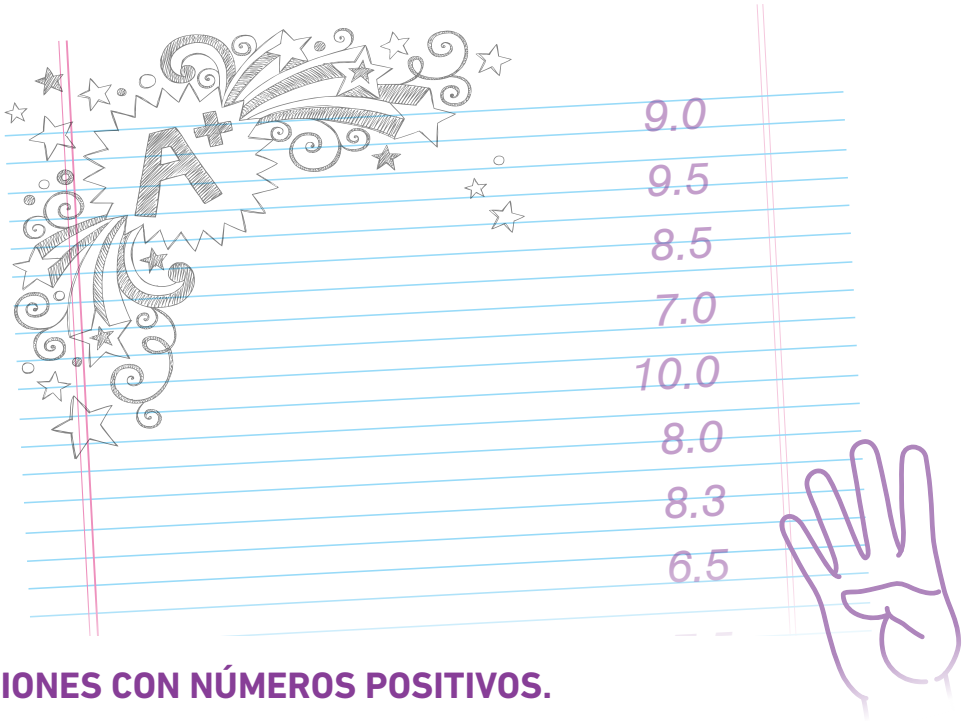
¿Sabías qué?

Podemos definir a los números reales como cualquier número que exista a excepción de las raíces pares negativas.

El esquema siguiente resume lo anterior.

LOS ENTEROS POSITIVOS.

Desde los primeros años de tu vida has tenido la necesidad de contar; en aquella época eran dulces, juguetes, y conforme fuiste creciendo el conteo se tornó más complejo; como cuando obtienes el promedio de tus calificaciones, cuando es necesario repartir un pastel entre varios compañeros o reunir dinero entre varios amigos para rentar un videojuego.



OPERACIONES CON NÚMEROS POSITIVOS.

Como aprendiste, los números positivos pertenecen a los números reales. Si incluimos al 0, estamos hablando de los números enteros, en caso contrario serán los números naturales. Los números positivos pueden ser enteros o fraccionarios.

Veamos los siguientes ejemplos:

a) Realiza las operaciones sin calculadora:

1) $3 + 8 =$

2) $-13 + 5 =$

3) $-15 + 8 - 2 + 14 =$

4) $-3 + 5 - 6 - 8 + 2 - 7 + 3 =$

Saber más...

Las leyes de los signos de la suma para los números reales:

+	y	+	Suma y queda +
-	y	-	Suma y queda -
+	y	-	Resta y queda el signo del número mayor.
-	y	+	

Jerarquización de operaciones.

Al efectuar operaciones con dos o más operaciones distintas es indispensable saber en qué orden se deben realizar, esto significa que hay operaciones con distinta jerarquía y propiedades para poder realizar estas operaciones.

Cuando realizamos operaciones con los números debemos tener claro que solo podemos realizar una operación a la vez, de modo que es necesario saber cuál es el orden correcto para realizar todas las operaciones que aparezcan en una misma expresión. Este orden se denomina jerarquía de las operaciones o regla de prioridad. Esta regla o jerarquía establece un orden de importancia para ejecutar las operaciones.

La regla o jerarquía indica que:

Primero. Se deben realizar las operaciones que aparezcan encerradas entre símbolos de agrupamiento como paréntesis ( ), llaves { } o corchetes [ ]. Si dentro de un agrupamiento hay otro, se debe evaluar el agrupamiento más interno.

Segundo. Si no hay operaciones agrupadas, se realizarán todas las potencias o raíces en la expresión.

Tercero. Si no hay operaciones agrupadas, ni potencias o raíces, se evaluarán todas las multiplicaciones o divisiones de la expresión.

Cuarto. Las últimas operaciones que se deben evaluar, a falta de las anteriores, son las sumas o restas que haya en la expresión.

Como por ejemplo:

a) Realiza la siguiente operación sin calculadora.

$$(5-3)+(4+2)+(4-8)=$$

$$=(2)+(6)+(-4)=\ 2+6-4=\ 4$$

Pasos a seguir para resolver:

Paso 1.
Resolviendo las operaciones que están dentro del paréntesis.

Paso 2.
Realiza sumas o restas según sea el signo.

b) Ahora veamos el siguiente ejemplo:

$$3\,(4-2)+3\,(2-5)+(4-9)=$$

$$3\,(2)+3\,(-3)+(-5)\ =$$

$$6-9-5\ =-8$$

Pasos a seguir:

Primero empieza resolviendo las operaciones que están dentro del paréntesis.

Después multiplica los números que están a la izquierda del paréntesis, multiplicando los signos.

Y por último suma o resta según el signo.

c) Un ejemplo más laborioso.

$$\{3[4(3-4)+5(8-2)+\ (5-7)+6]+3(5-6)\}=$$

$$=\{3[4(-1)+5(6)+\ (-2)+6]+3(-1)\}=$$

$$=\{3[-4+30-2+6]-3\}=$$

$$=\{3[30]-3\}=\ \{90-3\}=87$$

Saber más...
Leyes de los signos para la multiplicación.

(+)(+) = +
(+)(-) = -
(-)(+)= -
(-)(-)= +

DESARROLL

ACTIVIDAD 2

SD1.1 - B1

Realicen la actividad en binas siguiendo las instrucciones de su profesor.

En la siguiente actividad se podrán dar cuenta lo importante que es manejar números aplicados a la vida cotidiana.

1. Del problema que se presenta a continuación, completen la siguiente tabla de acuerdo a lo que se solicita y respondan la siguiente pregunta.

"La suma de la edad actual de Mónica y la edad que tenía hace 10 años es de 36 años. ¿Qué edad tendrá Mónica dentro de 5 años?"

a) En la siguiente tabla propongan edades para Mónica y basados en cada edad propuesta, escriban las operaciones y el resultado, según los encabezados de cada columna de la tabla. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presentes las condiciones del problema y la relación entre las columnas para que esto suceda. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la solución o qué ajustes tienen que hacer a la edad propuesta para encontrarla, inicien con la edad mínima que puede tener Mónica. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Edad actual de Mónica	Edad que tenía Mónica hace 10 años	Suma de las edades	Edad que tendrá Mónica dentro de 5 años
14	14 -10 = 4	14+4 =18	14 + 5 =19

b) Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la solución ¿Qué edad tiene Mónica actualmente?

_____

_____

c) ¿Qué edad tendrá dentro de 5 años?

_____

_____

d) ¿Cuál es la edad mínima que puede tener Mónica? Argumenten su respuesta.

_____

_____

_____

La práctica hace al maestro

ACTIVIDAD 3

SD1.1- B1

Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno:

a) $4-8+3-7+6+2=$

b) $3-9+5-4=$

c) $3(6-7)+5\,(9-3)=$

d) $[2+5(2-5)+8]-3(2+4)=$

e) $4+3[2-4(4-7)+2]-5=$

Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno:

a) $\{5+2[3-4(3-8)+5\,(3-2)+6]-3\}=$

b) $-3\{4[5(6-9)+4(3-2)+8]-4\}=$

c) $\frac{[2-(5+3)+6]}{(4+3)}=$

PORCENTAJES.

Las partes iguales en que dividimos un entero se denominan fracciones $\frac{a}{b}$ y se aprovechan para expresar cuántas partes (a) se están tomando de un entero dividido (en *b* partes). Por ejemplo, $\frac{2}{4}$ equivale a tomar dos partes de un entero dividido en cuatro partes iguales.

Gráficamente:

Una forma usual de utilizar las fracciones comunes en diversos cálculos es el *tanto por ciento* (%) En muchas situaciones en tu vida cotidiana, por ejemplo: los intereses que generan los créditos bancarios, el porcentaje de mujeres en un salón, el precio de oferta de un artículo con descuento en un centro comercial, etc.

El % nos indica el número que se toma de un entero dividido en cien partes. Por ejemplo:

- 30% representa $\frac{30}{100}$
- 3.2% representa $\frac{3.2}{100} = \frac{32}{1000} = 0.032$
- 0.42% representa $\frac{.42}{100} = \frac{42}{10000} = 0.0042$

Ejemplo 1: Calcula el descuento de un perfume en una tienda, sabiendo que su precio normal es de 350 pesos y la etiqueta de oferta indica un descuento de 25%.

¿Cuál es el precio de oferta?

Solución:

Descuento = 25% del precio normal = $\left(\frac{25}{100}\right)(350) = (0.25)(350) = 87.50$ *pesos.*

Precio de oferta = Precio normal – Descuento = 350 – 87.50 = 262.50 pesos

Respuesta: *el descuento será de 87.50 pesos (87 pesos y 50 centavos)*

Ejemplo 2: Si se solicita un préstamo de 2,500 pesos por un plazo de un mes con un interés mensual del 5%.

¿Cuánto se tendrá que pagar al final del mes?

Solución:

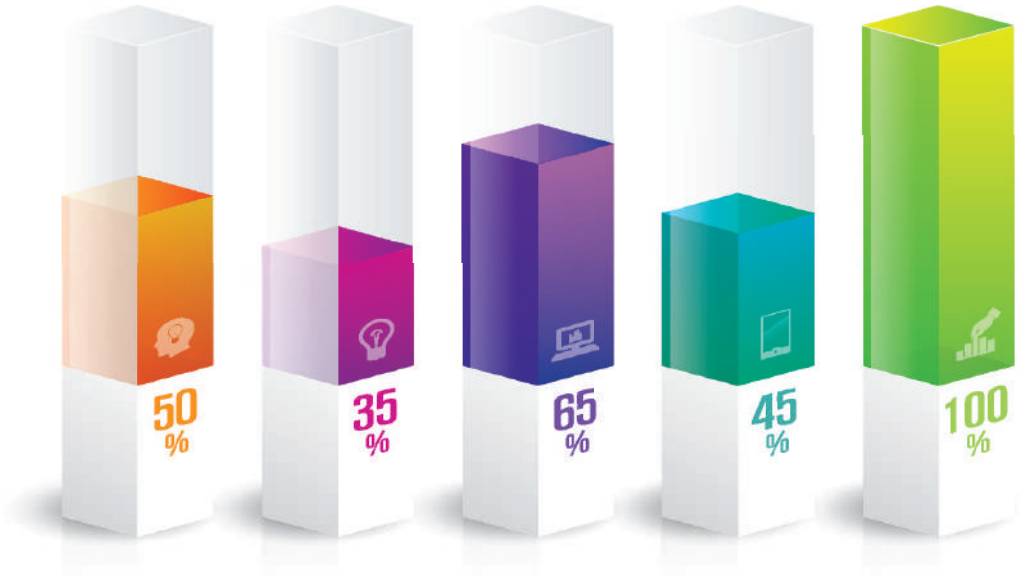
Interés = 5% del monto del préstamo ...

$= \left(\frac{5}{100}\right)(2500) = (0.05)(2500) = 125$ pesos.

Total a pagar al final del mes: 2,500 + 125 = 2,625 pesos.

Saber más...

Cuando multiplicas un número decimal por 100, el punto se recorre dos lugares hacia la derecha.



ACTIVIDAD 4

SD1.1- B1

Resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta. Registra y reflexiona tus respuestas para que después las comentes con tus compañeros de clase.

De los problemas que se presentan a continuación, contesten lo que se les pide.

1. El 20% de una cantidad es 30. ¿Cuál es dicha cantidad?

2. De una clase de matemáticas donde hay 50 alumnos, el 30% hacen las actividades todos los días. ¿Cuántos alumnos hacen las actividades?

3. A Miguel le regalaron en su cumpleaños $2,350 pesos, ya se ha gastado $750 pesos. ¿Qué porcentaje se ha gastado?

4. El precio de un medicamento sin IVA es de $609 pesos, si he pagado $725 pesos. ¿Qué porcentaje de IVA me han cargado?

5. Juanita tiene una boutique en la Plaza Mirasol. En el almacén donde se surte adquiere unas blusas a un costo unitario de $275 pesos. Si desea ganar el 17% en cada blusa. ¿Cual deberá ser el precio de venta de cada blusa?

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 5

SD1.1- B1

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

Resuelve los siguientes problemas utilizando aritmética y entrégaselos a tu profesor para su revisión.

1. La mitad de la edad que tenía Anahí hace 27 años equivale a la cuarta parte de la edad que tendrá dentro de 5 años. ¿Qué edad tiene actualmente Anahí?

   a) En la siguiente tabla propón edades para Anahí y con base en cada edad propuesta, escribe las operaciones y el resultado, según los encabezados de cada columna de la tabla. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que debes tener presentes las condiciones del problema.

b) Cada vez que realices un intento, verifica si ya tienes la solución o qué ajustes tienes que hacer a la edad propuesta para poder dar respuesta. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Edad actual de Anahí.	Edad de Anahí hace 27 años.	Mitad de la edad de Anahí.	Edad de Anahí dentro de 5 años.	Cuarta parte de la edad que tendrá Anahí dentro de 5 años.

b) Señala con una flecha el renglón donde se encuentra la solución

¿Qué edad tiene Anahí?

2. Resuelve los siguientes ejercicios.

a) $3-8-3+5+2-5=$
b) $5-9+3+6-4=$
c) $(7+8)-(5+4)+4(3-5)=$
d) $(7-9)+(6-5)-4(8-7)=$
e) $[3-(5+2)+8]-3(5-4)=$
f) $\{3+[4-(5+2)-9]-2(6)\}=$

3. En los juegos de la Cobachada participó el plantel Nuevo Hermosillo en un torneo de Voleibol, junto con los demás colegios de la zona centro. En la primera semana ganaron dos juegos y perdieron uno. En la segunda semana fueron tres ganados y cero perdidos. Si perdieron los siguientes siete juegos. ¿Cuál es su porcentaje final de juegos ganados y perdidos?

4. Revisa en cualquier medio de comunicación de tu región qué noticias utilizan porcentajes, involucran gráficas, tablas, etcétera. Recórtalas y pega cinco noticias en hojas blancas. Escribe un ensayo de una cuartilla en el que expliques la aplicación de los porcentajes en la vida diaria y posteriormente entrégaselos a tu profesor para que sean revisados.

De los problemas del 1 al 3 se evaluará por medio del cuadro de semaforización, marcando el logro de las competencias con una palomita en el color correspondiente.

Instrumento de evaluación

Competencia genérica		
4.1		No expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
		Tiene problemas para expresar sus ideas de manera matemática o gráfica.
		Puede expresar ideas y conceptos de manera matemática o gráfica.
Competencia disciplinar		
1		No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
		Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

El problema 4 se evaluará de acuerdo a la siguiente rúbrica, marcando con una palomita el nivel de desempeño logrado.

Categoría	Descripción	Desempeños			
		Bajo	Medio	Alto	Muy alto
Estructura	El ensayo presenta: Introducción, Desarrollo y Conclusión.				
Coherencia	El alumno toma en cuenta la coherencia y el orden metodológico en la elaboración del ensayo.				

Secuencia didáctica 1.2

Uso de los **números reales** y las **variables algebraicas.**

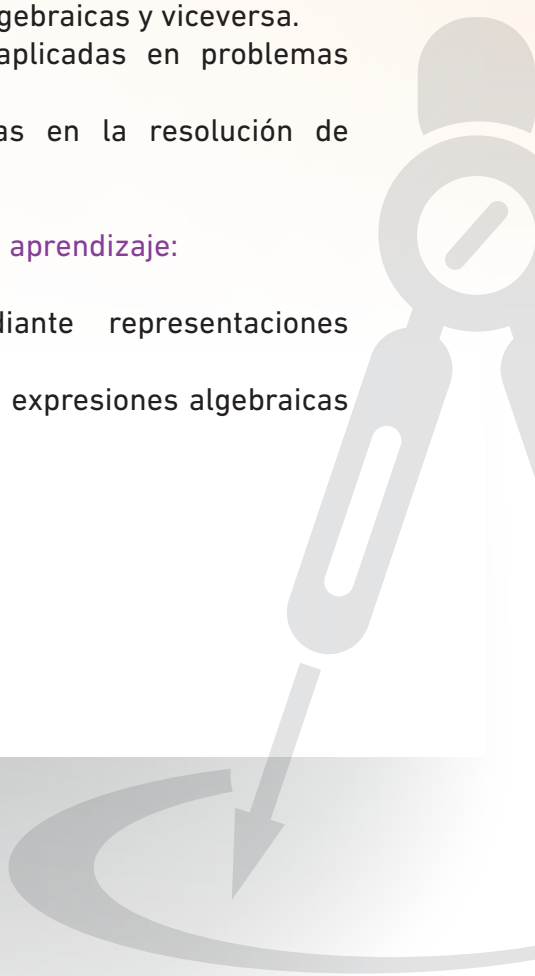
De entrada

Al término de esta secuencia podrás realizar actividades en las que utilizarás los números positivos enteros y decimales, al mismo tiempo que:

- Emplearás expresiones algebraicas, utilizando literales para representar relaciones entre números y variables algebraicas.
- Seguirás instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Describirás expresiones verbales mediante formas algebraicas y viceversa.
- Relacionarás magnitudes constantes y variables aplicadas en problemas cotidianos.
- Plantearás expresiones aritméticas y/o algebraicas en la resolución de situaciones cotidianas.

De dichas actividades obtendrás las siguientes evidencias de aprendizaje:

- Expresarás ciertas situaciones cotidianas mediante representaciones algebraicas.
- Plantearás y resolverás problemas básicos mediante expresiones algebraicas aplicadas a la vida cotidiana.



EXPRESIONES VERBALES Y ALGEBRAICAS.

El hombre tratando de explicar fenómenos de la naturaleza, como la forma, medida y diámetro de la tierra, la velocidad del aire, la temperatura de un cuerpo, la fuerza del agua, la epidemia que ocasiona una enfermedad mortal, la simulación de eventos físicos y químicos por mencionar algunos, ha diseñado expresiones matemáticas que han servido como base para modelar dichos fenómenos, a través de la simplificación de cálculos que deben realizarse frecuentemente a los que denominamos fórmulas.

Una fórmula es una expresión matemática que contiene operaciones entre varias cantidades que describe un cálculo específico para resolver un problema. Existen fórmulas matemáticas para resolver problemas diversos. En una fórmula matemática encontramos símbolos, letras y números que representan cantidades numéricas y operaciones que lleven al resultado buscado, las letras se llaman variables y los números constantes.

El álgebra es la rama de la matemática que considera el uso de símbolos, como las letras y números, para representar cantidades y realizar operaciones con ellas. Por esto las variables se denominan "variables algebraicas".

Por ejemplo, para determinar la temperatura Celsius de una habitación conociendo su temperatura Fahrenheit usamos la fórmula:

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$ (Donde usamos letras, en lugar de palabras)

Que si despejamos la incógnita F nos quedaría:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$
$$C = \frac{5(F - 32)}{9}$$
$$9C = 5(F - 32)$$
$$9C = 5F - 160$$
$$9C + 160 = 5F$$
$$\frac{9C + 160}{5} = F$$
$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Despejar significa dejar sola y positiva la incógnita en un lado de la igualdad.

Las reglas de despeje son:

1. Lo que está sumando en un lado de la igualdad pasa restando al otro lado y viceversa.
2. Lo que esta multiplicando en un lado de la igualdad pasa dividiendo al otro lado y viceversa.

Estas reglas de despeje las puedes utilizar en cualquier fórmula de química, física, biología, etc.

Para adelantar el tema necesitas recordar que el concepto de **término** está definido como: los elementos que utilizas en las expresiones algebraicas. De manera general podemos representarlos así:

En donde:

$$ax^n$$

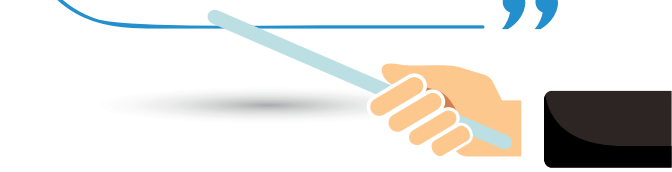
$a = coeficiente\ numérico$

$x = literal\ o\ variable$

$n = exponente$

Saber más...

Cuando se presentan variables juntas (abc), esto implica necesariamente que se están multiplicando.



La variable o literal en un momento determinado puede tomar cualquier valor del conjunto de números reales.

Observa en los siguientes ejemplos de términos cuál es el valor de cada uno de los elementos:

Término algebraico	Elementos
$5x^3$	$coeficiente = 5$ $variable = x$ $exponente = 3$
$-4x^2$	$coeficiente = 4$ $variable = x$ $exponente = 2$
$3mn$	$coeficiente = 3$ $son\ dos\ variables = m,\ n$ $exponente = 1$

¿Sabías qué?

MATEMÁTICOS DE LA ANTIGÜEDAD:

El lenguaje de las matemáticas es el álgebra, la palabra algebra proviene del título de un libro escrito hacia el año 800 d.C. por el matemático árabe **Aljuarizmi.** Su título *ihmaljabr wa´lmuqabalah,* que significa restauración y reducción, siendo este empleado en ese entonces para resolver ecuaciones.

LENGUAJE ALGEBRAICO.

El lenguaje algebraico es una representación de las operaciones básicas en las que se utilizan números y letras.

Veamos los siguientes ejemplos:

- **El doble de un número:**

  Podemos plantearnos la siguiente pregunta: ¿Por qué 10 es el doble de 5? La respuesta es que $(2)(5) = 10$ entonces es válido plantear que:

  $2x$ Representa el doble de un número.

- **El triple de un número:**

  En relación con lo anterior lo representaremos como: $3x$

- **El doble de un número más tres unidades:**

  Lo podemos representar como: $2x + 3$

- **La mitad de un número:**

  Lo podemos representar como: $\frac{x}{2}$

Saber más...

La semisuma de dos números:
Es el resultado de una suma dividido entre dos.

$$\frac{a+b}{2}$$

Números consecutivos:
Son los que su diferencia siempre es uno:
1, 2, 3, 4, etc.

Números pares consecutivos:
Son los que su diferencia siempre es dos:
2, 4, 6, 8, etc.

Ahora analizaremos el proceso a la inversa, es decir, transformaremos una expresión algebraica al lenguaje común:

$$2x + 3y$$

Al tener un dos junto a la variable x, como aprendiste en el párrafo anterior, nos estamos refiriendo al doble de un número. El término $3y$ representa el triple, por lo que en lenguaje coloquial la expresión anterior quedaría definida como:

"El doble de un número más el triple de otro"

$3(x-y)$ Su expresión verbal seria: **"el triple de la diferencia de dos números"**

$\frac{xyz}{5}$ Su expresión verbal seria: **"la quinta parte del producto de tres números"**

$x + 9$ Su expresión verbal seria: **"Un número aumentado en nueve".**

INICI

ACTIVIDAD 1

SD1.2 - B1

En la siguiente tabla traduzcan al lenguaje algebraico, las proposiciones verbales que se les proporcionan, siguiendo las instrucciones de su profesor.

Proposiciones verbales	Lenguaje algebraico
Un número incrementado en 4.	
Dos veces un número.	
Un número disminuido en 5.	
A 8 se le aumenta un número.	
Un octavo de un número.	
Tres veces un número aumentado en 2.	
La diferencia de 6 veces un número y 4.	
El triple de la suma de un número más 5.	
a aumentada en el doble de *b.*	
Dos veces la suma de *a* y *b*.	
30 disminuido en tres veces *c.*	
El producto de 50 y la suma de *p* y10.	
La diferencia de los cuadrados de dos números.	
La cuarta parte del cubo de un número.	
Axel tiene 16 años más que Abraham.	

DESARROLL

ACTIVIDAD 2

SD1.2- B1

Planteen la ecuación de los siguientes problemas utilizando los espacios disponibles en la tabla. (Solo planteamiento, no las resuelvan).

Problema	Planteamiento algebraico
Dos números cuya diferencia es 20 y su suma sean 48.	
Margarita es 15 años mayor que Silvia. La suma de sus edades es 41.	
La edad de Estela es la mitad de la edad de Betty, la de Juanita el triple de la de Estela y la de María el doble de la de Juanita. Las cuatro edades suman 132 años.	
Pablo tiene 12 monedas más que Alfredo y entre ambos tienen 78.	
Tres números enteros consecutivos, tal que la suma del primero más el triple del tercero es el doble del segundo aumentado en 20 unidades.	

ACTIVIDAD 3

SD1.2- B1

Escribe una fórmula que represente las siguientes expresiones o problemas escritos en lenguaje coloquial.

Norma es 34 años mayor que Pablo._____
La estatura de Raymundo es el doble que la de María José _____
_____
Voy a la tienda y pago con un billete de 200 pesos y me regresan 32 pesos de cambio, ¿Cuánto gasté? _____
El área de un cuadrado_____
El perímetro de un rectángulo _____
El perímetro de un hexágono regular _____

Resuelve el siguientes ejercicio en tu cuaderno:

Se tiene un terreno rectangular de "X" metros de largo y "Y" metros de ancho. Se desea construir una alberca al centro de este terreno cuyas dimensiones serán: a metros de largo por b metros de ancho. Una vez construida la alberca, se desea colocar pasto en el resto del terreno. Expresa una fórmula para calcular el área de la zona con pasto.

La práctica hace al maestro

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 4

SD1.2- B1

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

Resuelve los siguientes ejercicios en hojas blancas y entrégaselos a tu profesor para su revisión.

a) Escribe las expresiones algebraicas de los siguientes enunciados.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El cociente del doble de un número y el triple del mismo.	
Dos veces un número más 27 unidades.	
La quinta parte de un número menos 3 unidades.	
La suma de cinco números consecutivos.	
El producto de tres números consecutivos.	
El cuadrado de un número.	
El cuadrado de la suma de dos números.	

b) Describe las siguientes formas algebraicas mediante expresiones verbales.

Lenguaje algebraico	Lenguaje común
$x + y =$	
$3(x - y) =$	
x^2	
$x^2 - y^2$	
$\sqrt{2x}$	
$\sqrt[3]{xy}$	
$\frac{x}{2}$	
$3x$	
$\frac{x}{3}$	

Instrumento de evaluación

Se evaluará por medio del cuadro de semaforización, marcando el logro de las competencias con una palomita en el color correspondiente.

Competencia genérica		
4.1		No expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
		Tiene problemas para expresar sus ideas de manera matemática o gráfica.
		Puede expresar ideas y conceptos de manera matemática o gráfica.
Competencia disciplinar		
1		No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
		Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

Autoevaluación... de la Secuencia didáctica 1

I. Subraya la respuesta correcta de los siguientes ejercicios y anota el procedimiento que utilizaste.

1. ¿Cómo representas en número decimal el porcentaje de 12%?

a) $\frac{12}{100} = 0.12$

b) $\frac{12}{10} = 12$

c) $\frac{12}{1000} = 0.012$

d) $\frac{12}{10000} = 0.0012$

2. Al reducir la siguiente expresión (-2+5)-(5+3)+3(2-5)= quedaría igual a:

a) 4
b) -10
c) -14
d) 20

3. Al reducir la siguiente expresión 4{2(5+2)-3(2-7)+8}= resulta:

a) 7
b) 148
c) 41
d) 44

4. Al reducir la siguiente expresión 5{3+2[4(4-8)+4(5-2)-9]-4 }= resulta:

e) 45
f) -135
g) 135
h) 144

5. Al reducir la expresión resulta: -6{ 3[4(5-7)+2(5-3)-8(4-2)+3]-7}=

a) -264
b) -408
c) 324
d) 408

6. La floristería "El tulipán "recibió 125 rosas y 260 tulipanes, cuyos colores son blanco y amarillo. El 45% de los tulipanes son de color amarillo, mientras que el 60% de las rosas son de color blanco. Calcula las rosas de color amarillo y los tulipanes blancos.

e) 117 tulipanes amarillo y 75 rosas blancas.
f) 143 tulipanes blancos y 50 rosas amarillas.
g) 117 tulipanes blancos y 75 rosas amarillas.
h) 137 tulipanes amarillos y 50 rosas blancas.

7. La expresión algebraica del siguiente enunciado: El cociente del doble de un número y triple de otro número es:

a) $\frac{2x}{3x}$
b) $\frac{2x}{3\,y}$
c) $\frac{2x}{3}$
d) $\frac{2}{3x}$

8. La expresión algebraica del siguiente enunciado: El doble de un número disminuido en la mitad de otro número es:

e) $2x-\frac{y}{2}$
f) $2y-\frac{y}{2}$
g) $x^2-\frac{y}{2}$
h) $y^2-\frac{y}{2}$

9. La expresión algebraica del siguiente enunciado: El producto de tres números consecutivos es:

a) $(n)(n+1)(n+2)$
b) $n+(n+1)+\ (n+2)$
c) $(n)(n-1)(n+2)$
d) $n+(n+1)(n+2)$

10. La expresión algebraica del siguiente enunciado: El doble de la edad de Isabel es el triple de la edad de Pablo es:

a) $2I=3P$
b) $2+I=3P$
c) $2+I=3+P$
d) $3I=2P$

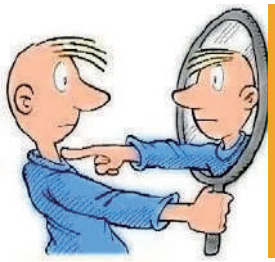
Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7 como **REGULAR**; y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Esta competencia será alcanzada si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



1. Indica en los siguientes términos cuál es signo, coeficiente, exponente y la literal.

	x^3	$-6y^4$	$4m^2n^3$	$\frac{3}{5}a^2b$	$x^2y^5z^3$	5	x
Coeficiente.							
Literal.							
Exponente.							

2. Escribe las expresiones algebraicas de los siguientes enunciados.

Lenguaje común.	*Lenguaje algebraico.*
El cociente del doble de un numero y el triple del mismo.	
La quinta parte de un número más las tres décimas partes de otro.	
La suma de dos números pares consecutivos.	
La suma de tres números consecutivos.	
El producto de tres números consecutivos.	
El cubo de un número.	
Tres veces un número aumentado en 7.	
El doble de un número disminuido en la mitad de otro número.	
El doble de la edad de Isabel es el triple de la edad de Pablo.	

3. Describe las siguientes formas algebraicas mediante expresiones verbales:

Lenguaje algebraico	*Lenguaje común*
$5x + 3y$	
$\frac{2x}{3}$	
$\sqrt[3]{2x}$	
$\frac{x+y}{(x-y)^2}$	
$2(a+b)$	
$3(x-y)$	
$50 - 10p$	
$\frac{x}{8}$	
$9 - x$	
$y + 2y$	

4. Adquirí una pantalla plana de 29" con 25% de descuento debido a una temporada navideña, pagué 12,500 pesos. ¿Cuál es el precio de lista?

5. Reduce la siguiente expresión: $\frac{[2-(5+3)+6]}{(4+3)} =$

6. Reduce la siguiente expresión: $\frac{\{4[2-(5+3)+6(7-9)]+3(4-2)\}}{3(4-5)} =$

7. Reduce la siguiente expresión: $\{-2 + [5 - (5+2) - 7] - 2(4)\} =$

Bloque 2

Uso de magnitudes y números reales.

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

Uso de la aritmética de los números reales.

- Representación y realización de operaciones con los números reales.
- Identificación de los elementos de los subconjuntos de los números reales.
- Identificación de las propiedades de las operaciones aritméticas con los números reales.

Uso e identificación de las distintas formas de comparación y relación entre los números reales.

- Identificación y compresión del significado de los modelos de variación proporcional directa e inversa.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Realizando operaciones aritméticas utilizando las operaciones fundamentales.
- Utilizando los sistemas y reglas que subyacen a los fenómenos relacionados con los números racionales.
- Representando relaciones numéricas entre magnitudes constantes mediante tasas, razones y proporciones y obtiene soluciones empleando la propiedad fundamental.
- Investigando y trabajando en equipo.

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 7 horas

¿Qué necesito saber?

- La clasificación de los números reales.
- Utilizar la aritmética de los números reales.
- La representación y las formas de los números reales.

¿Qué necesito saber hacer?

- Operaciones básicas de manera individual y mixta entre fracciones y enteros siguiendo una jerarquía en el orden de ejecución.
- Trabajar en equipo y saber buscar información en diferentes fuentes.

Evaluación diagnóstica

Resuelve las siguientes operaciones:

a) **(5-3)+(9-5)=**

b) **[3(4-6)+3(5-2)+3]=**

c) **{3- [-4(5+2)+8(3-4)-6]+2(4-6)}=**

d) $\frac{2}{3} + \frac{3}{2} =$

e) $\left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{6}{7}\right) =$

f) $\left(\frac{3}{5}\right) \div \left(\frac{2}{9}\right) =$

g) $\frac{2}{4} + \frac{7}{2} - \frac{4}{3} - \frac{5}{2} =$

h) $\frac{x}{2} = \frac{12}{6}$

i) $\frac{3}{x} = \frac{2}{5}$

Secuencia didáctica 2.1

Uso de la aritmética de los **números reales.**

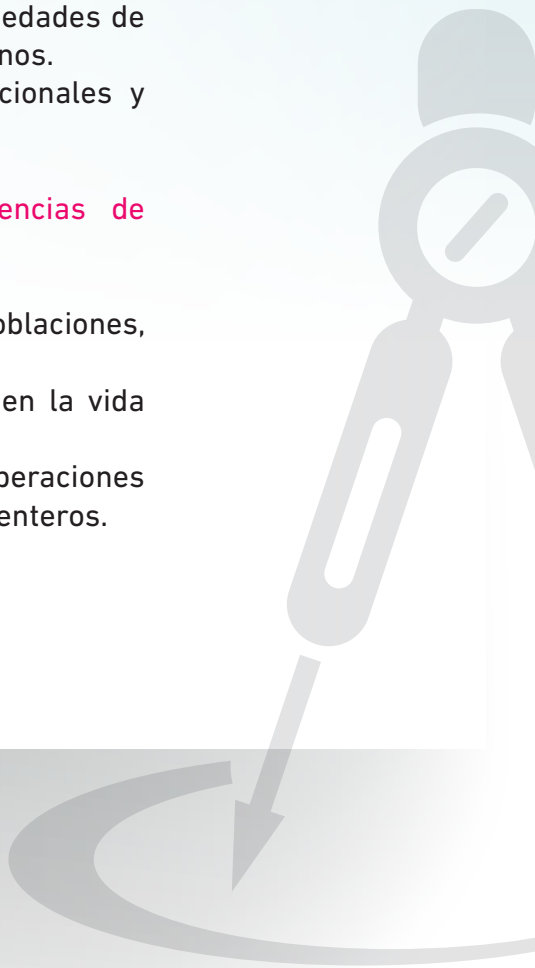
De entrada

Al término de esta secuencia podrás realizar actividades en las que utilizarás los números reales al mismo tiempo que:

- Expresarás ideas y conceptos matemáticos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguirás instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Plantearás la forma de resolver un problema y desarrollarás un proyecto en equipo.
- Realizarás ejercicios en los que emplees las propiedades de los números reales aplicados en problemas cotidianos.
- Jerarquizarás las operaciones para números racionales y enteros.

- De estas actividades obtendrás las siguientes evidencias de aprendizaje:

  - Aplicarás los números reales en problemas de poblaciones, económicos, etcétera.
  - Descubrirás la presencia de los números reales en la vida diaria.
  - Resolverás ejercicios jerarquizando las distintas operaciones y signos de agrupación para números racionales y enteros.



REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES.

El hombre ha tratado de interpretar, modelar y medir los fenómenos que suceden a su alrededor, en ese afán de medir sus propiedades, ha utilizado diferentes patrones de medida, buscando representar la cantidad a través de un número, como por ejemplo:

La cantidad de litros de agua que cae en una tormenta, el número de cosechas perdidas por una helada o plaga, la temperatura en diferentes días por mencionar algunas **magnitudes** de cantidades.

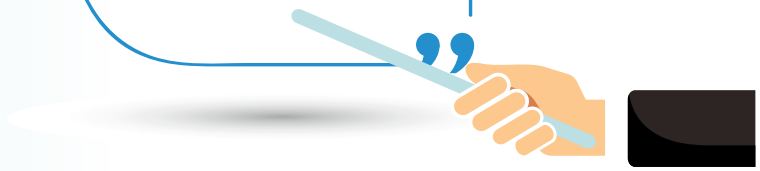
Al manejar números en tu vida cotidiana no todos ellos son del mismo tipo ni se manejan de la misma forma. Este bloque nos ayudará y ofrecerá la base para desarrollar un estudio formal de los números reales en diferentes contextos.

¿Quién fue?

Para sistematizar los números reales, Richard Dedekind, basó sus estudios en el análisis matemático; y Georg Cantor, en la Teoría de Conjuntos.

Para saber más..

Magnitud: distancia del cero a cualquier número en una recta numérica y se denomina valor absoluto.



Daremos inicio a esta secuencia para que observes gráficamente el significado de los números reales.

INICI

ACTIVIDAD 1

SD2.1- B2

Resuelve el siguiente problema en tu cuaderno y contesta lo que se te pide.

1. **Un buzo se encuentra a 55 metros bajo el nivel del mar, un pelícano a 25 metros sobre el nivel del mar y un pulpo a 65 metros bajo el nivel del mar.**

a) ¿A qué distancia se encuentra el pelícano del buzo?
b) ¿A qué distancia está el buzo del pulpo?
c) ¿A qué distancia se encuentra el pelícano del pulpo?
d) Si el buzo desciende otros 10 metros, ¿a qué distancia del nivel del mar se encuentra?
e) Si el pelícano se tira en picada en la búsqueda de un pez y desciende 1 metro bajo el nivel del mar, ¿cuántos metros recorrió?

En la actividad anterior, descubriste que necesitabas diversas clasificaciones para poder representar puntos de la recta numérica. Tales como los números negativos, estos números aparecen en muchas situaciones de la vida diaria. Observa los siguientes ejemplos:

- Señalan el número de piso de un edificio en el elevador:

- Números negativos para las plantas que están por debajo de cero, es decir, para los sótanos o plantas subterráneas.

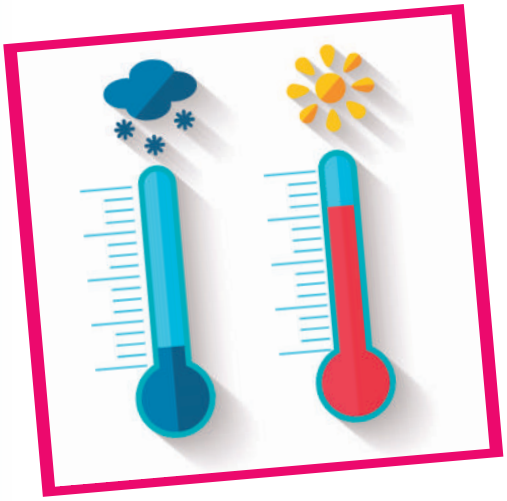
- Enteros positivos para los pisos por encima de la planta baja.

- Nos permiten medir altitudes. Se considera 0 el nivel del mar:

- Los niveles por debajo del nivel del mar se pueden expresar por números enteros negativos.

- Los niveles por encima del nivel del mar se pueden expresar como números enteros positivos.

- Podemos medir temperaturas. Fíjate en el termómetro. El termómetro mide las temperaturas en grados centígrados y Fahrenheit:



- La temperatura por encima de 0 grados se indican con números enteros positivos.
- Cuando el termómetro indica 0 grados el agua se congela.
- Las temperaturas por debajo de 0 grados se indican con números negativos.

En el bloque 1 aprendiste que los números reales se dividen en dos grupos: **Racionales** formados por las fracciones, los enteros (pueden ser positivos, negativos o el mismo cero) y los naturales, los cuales son enteros positivos. En ese mismo ejemplo descubriste que un número puede pertenecer a dos o más subconjuntos. Como el 8 que es *racional*, *entero* y, por ser positivo, *natural.*

El otro grupo es el de los **Irracionales**, que no se pueden representar mediante el cociente de dos enteros. Este grupo básicamente está formado por las raíces pares que no son exactas y por valores definidos como π o e.

Para entender qué son los números irracionales preguntémonos cuál es la raíz cuadrada de 3. Si usas tu calculadora observarás que el resultado es 1.732050808 Ahora multiplica este número por sí mismo en tu cuaderno.

¿Sabías qué?

- Existe un número llamado e, el cual es infinito, se basa en un concepto matemático llamado factorial y tiene un valor aproximado de **2.7182818284590452235**.

- π (pi) es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro y tiene un valor aproximado de **3.141592653589793**.

¿Sabes por qué el resultado no fue 3?

Porque la raíz cuadrada de 3 es un número irracional. La expresión decimal de cualquier número irracional, consta de cifras infinitas no periódicas. A este grupo pertenecen las raíces que no son exactas, por ejemplo, el valor de π. Podemos definirlo como un número real no fraccionario.

OPERACIONES CON NÚMEROS REALES.

OPERACIONES CON FRACCIONES.

Multiplicación de fracciones:
El producto de dos fracciones es otra fracción, cuyo numerador es el producto de sus respectivos numeradores, y cuyo denominador es también el producto de sus respectivos denominadores. El resultado debe escribirse en forma simplificada:

En forma general:

Donde b y $d \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$$

Ejemplo: Realiza las siguientes multiplicaciones de fracciones y simplifica.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{6}{25}$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{15}$

c) $\left(\frac{6}{4}\right)\left(-\frac{5}{7}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{5}{7}$

En este último ejemplo se multiplicó y se redujo a su máxima expresión.

¿Sabías qué?

Una fracción de la forma $\frac{a}{b}$ es:

Propia
Cuando el numerador de una fracción es menor que el denominador, es decir $a < b$. Ejemplo $\frac{5}{7}$

Impropia
Cuando el numerador es mayor que el denominador. Es decir: $a > b$ Ejemplo $\frac{6}{4}$

Mixta
Es aquella que se compone de un entero y una fracción Por ejemplo:

$5\frac{1}{3}$

Dos fracciones son equivalentes si sus productos cruzados son iguales:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $(a)(d) = (b)(c)$

Ejemplo:

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

División de fracciones.

Para dividir una fracción entre otra, la fracción dividendo se multiplica por el inverso multiplicativo de la fracción divisor. Esto quiere decir:

Donde $b,c \text{ y } d \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ad}{bc}$$

Ejemplo: Realiza las siguientes divisiones de fracciones y simplifica el resultado.

PRIMERO multiplica los signos, **SEGUNDO** multiplica cruzado siguiendo el orden que se te indicó anteriormente en la fórmula.

a) $\left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{3}{7}\right) = -\frac{14}{15}$

b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{4} \div \frac{5}{3}$

$= \frac{3}{20}$

Saber más...

Inverso multiplicativo: para todo número real, su recíproco se obtiene intercambiando su numerador y denominador.

Ejemplo:

Número $\frac{2}{3}$ su recíproco es $\frac{3}{2}$

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

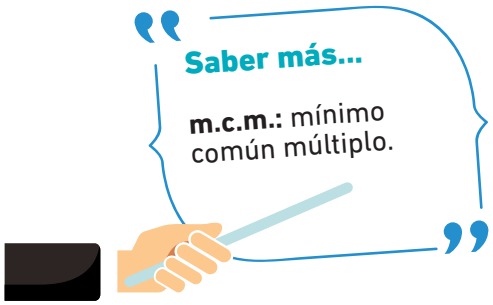
Suma o resta de fracciones.

La suma o resta de dos fracciones se realizan de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

El **mínimo común múltiplo (m. c. m.)** de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero.

Para hallar el **mínimo común múltiplo** de dos o más números debemos de descomponer el número en factores primos.



Ejemplo: Encontrar el m. c. m. de 40.

Primero descomponemos el 40 en factores primos, de la siguiente manera:

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

En este paso hemos dividido **40:2=20.** Ahora buscaremos el mínimo divisor de **20** que es **2** y hacemos lo mismo **20:2= 10.** Y seguiremos haciendo lo mismo con todos los anteriores.

Por lo tanto de descompone en: **40=2x2x2x5**

Ejemplos: resolvamos algunas sumas de fracciones.

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{14 + 12}{21} = \frac{26}{21}$

b) $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} = \frac{15 - 8}{10} = \frac{7}{10}$

c) $\frac{4}{5} + 3 = \frac{4}{5} + \frac{3}{1} = \frac{4 + 15}{5} = \frac{19}{5}$

¿Sabías qué?

Para convertir un entero a una fracción se le coloca 1 en el denominador.

$$a = \frac{a}{1}$$

a representa cualquier número entero

Por ejemplo: $4 = \frac{4}{1}$

d) Si queremos sumar o restar dos o más fracciones, se tiene que calcular el mínimo común múltiplo. (m.c.m)

¿Sabías qué?

El mínimo común múltiplo de dos o más números naturales, es el menor número natural (distinto de cero), que es múltiplo de todos ellos. Este se obtiene dividiendo cada uno de los números implicados entre sus factores primos. Por ejemplo, el m. c. m de 12,15 y 8 se obtiene de la siguiente manera:

12 15 8	2
6 15 4	2
3 15 2	2
3 15 1	3
1 5 1	5
1 1 1	1

Por lo tanto, el m. c. m es **2x2x2x3x5x1= 120**

En consecuencia, 120 representa el número más pequeño que puede dividirse exactamente entre 12, 15 y 8.

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{6}-\frac{3}{4}=$$

$$\frac{\left(\frac{60}{5}\right)(3)+\left(\frac{60}{6}\right)(1)-\left(\frac{60}{4}\right)(3)}{60}=$$

$$\frac{(12)(3)+(10)(1)-(15)(3)}{60}=$$

$$\frac{36+10-45}{60}=$$

$$=\frac{1}{60}$$

Calculemos el m. c. m.

5 6 4	2
5 3 2	2
5 3 1	3
5 1 1	5
1 1 1	1

m. c. m. es:
2x2x3x5= 60

Para saber más...

Primero tenemos que calcular el m. c. m.

3 4 2 3	2
3 2 1 3	2
3 1 1 3	3
1 1 1 1	

m. c. m. es:
(2)(2)(3) =12

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{3}=$$

$$=\frac{\left(\frac{12}{3}\right)(2)+\left(\frac{12}{4}\right)(1)-\left(\frac{12}{2}\right)(3)+\left(\frac{12}{3}\right)(5)}{12}=$$

$$=\frac{(4)(2)+(3)(1)-(6)(3)+(4)(5)}{12}=$$

$$=\frac{8+3-18+20}{12}=$$

$$=\frac{13}{12}$$

DESARROLLO

ACTIVIDAD 2

SD2.1- B2

1. Resuelve en tu cuaderno las siguientes sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de fracciones.

a) $\frac{4}{3}+\frac{5}{2}-\frac{7}{3}=$

b) $\frac{3}{2}-\frac{8}{4}=$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{4}=$

d) $4\frac{5}{6}+2\frac{1}{3}-5\frac{3}{5}=$

e) $\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{6}{7}\right)(-4)=$

f) $\frac{5}{2}\div\frac{6}{4}=$

2. Resuelve el siguiente problema:

a) César se tarda alrededor de $\frac{1}{4}$ de hora en resolver un problema de matemáticas, de hora $\frac{1}{10}$ en cada ejercicio de español y $\frac{1}{3}$ de hora en cada problema de física, ¿Cuánto tiempo en total tardará en resolver la tarea? (expresa el resultado en fracción de hora).

ACTIVIDAD 3

SD2.1- B2

La práctica hace al maestro

Observa detenidamente cada uno de los ejercicios siguientes, y reflexiona sobre las operaciones que debes realizar. A continuación, desarrolla en tu libreta todos los procedimientos que te permitan llegar a la solución.

I. Realiza las siguientes sumas, multiplicaciones y divisiones de fracciones.

a) $\frac{5}{2}+\frac{2}{3}=$

b) $\frac{3}{4}-\frac{7}{2}+\frac{4}{3}=$

c) $3\frac{1}{3}+4\frac{1}{5}=$

d) $\frac{3}{5}+\frac{2}{1}-2+\frac{3}{4}=$

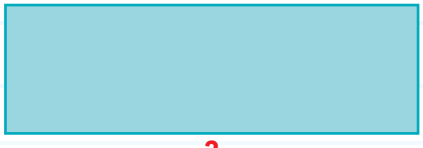
e) $\frac{2}{6}\div\frac{4}{2}=$

f) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{8}}=$

g) $\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(-3\frac{1}{4}\right)=$

II. En un grupo de 40 alumnos, 35 reprobaron Educación Física. ¿Cuántos pasaron dicha materia?

III. Calcula el área del rectángulo de la figura.



$4\frac{3}{10}$

$9\frac{2}{3}$

ACTIVIDAD 4

SD2.1- B2

Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

1. Se dispone de 60 litros de agua purificada. ¿Cuántas botellas se pueden llenar si la capacidad de cada una de ellas es de 3/5 de litro?

2. José gana $12,000 mensuales. Si el monto de sus gastos mensuales es de 4/5 de su salario. ¿Cuánto ahorra en un año?

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 5

SD2.1- B2

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

Resuelve los siguientes ejercicios en hojas blancas y entrégalos a tu profesor para su revisión.

1. Resuelve las siguientes sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de fracciones y verifica en tu calculadora el resultado.

a) $\frac{5}{3}+\frac{7}{2}-\frac{9}{5}=$

b) $\frac{4}{3}-\frac{2}{5}=$

c) $\frac{5}{2}+\frac{7}{3}-\frac{3}{4}=$

d) $2\frac{5}{3}+4\frac{1}{3}-7\frac{3}{2}=$

e) $\left(\frac{7}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)(-2)=$

f) $\frac{9}{2}\div\frac{5}{4}=$

2. Resuelve los siguientes problemas de aplicación de fracciones en la vida diaria:
A) Juan, Luis y Gerardo se dividen 50 manzanas, Juan tiene $\frac{1}{5}$ y Luis tiene $\frac{2}{3}$, ¿Cuántas manzanas tiene Gerardo?

3. Reduce las siguientes expresiones.

a) $2\left[5\left(-\frac{2}{3}+\frac{5}{2}\right)-3\right]+6\left[5\left(\frac{4}{2}-\frac{3}{4}\right)+6\,(5+9)\right]-(3-6)=$

b) $\left[-2\,(3-6)+4\left(\frac{3}{2}-\frac{6}{3}\right)\right]+3\left(\frac{8}{2}-\frac{5}{4}\right)+9=$

Secuencia didáctica 2.2

Uso e identificación de las distintas formas de comparación y relación entre los **números reales**.

De entrada

Al término de esta secuencia podrás realizar actividades en las que utilizarás las distintas formas de comparación y relación entre los números reales.

- Expresarás ideas y conceptos matemáticos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguirás instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Construirás hipótesis, diseñarás y aplicarás modelos matemáticos para probar su validez.
- Propondrás la forma de resolver un problema.
- Asumirás una actitud constructiva con los conocimientos y habilidades que adquiriste durante el trabajo en equipo.
- Realizarás ejercicios en donde apliques las distintas formas de comparación y relación entre los números reales aplicados en problemas cotidianos.
- Identificarás y comprenderás que es un modelo de variación directa e indirecta.

De estas actividades obtendrás las siguientes evidencias de aprendizaje:

- Aplicarás las variaciones proporcionales directas e indirectas en problemas cotidianos.
- Descubrirás la aplicación de las proporciones en la vida diaria.
- Resolverás ejercicios aplicando las variaciones directas e indirectas.

INICI

ACTIVIDAD 1

SD2.2- B2

En un grupo de 30 alumnos, 4 de ellos tienen suéter color azul, 5 de ellos color verde, 6 de color rojo y el resto de color café.

a) ¿Cuál es la razón entre los alumnos que tienen suéter de color café y el total de alumnos?

b) ¿Cuál es la razón entre los alumnos que tienen suéter de color azul y los que tienen de color rojo?

c) ¿Cuál es la razón entre los alumnos que tienen suéter de color verde y los que tienen de color azul?

RAZONES, PROPORCIONES Y VARIACIONES.

RAZONES Y PROPORCIONES.

RAZONES.

La mayor parte de la información que procesamos todos los días se basa en la relación de cantidades que expresamos como fracciones, razones, proporciones o porcentajes. Un alumno sabe que una medida como el promedio de sus calificaciones informa sobre su estado de aprendizaje o que un porcentaje expresa la cantidad de una población que tiene ciertas características; por ejemplo, el porcentaje de alumnos que juega ajedrez en tu escuela.

Una ***razón*** es la relación de dos cantidades para expresar cuánto de una está contenida en (o pertenece a) la otra. La notación empleada para expresar esta relación es $a:b$, que se lee a es a b.

Por ejemplo, si en un salón hay 36 mujeres y 24 hombres, la razón de mujeres a hombres es de 36 a 24. En nuestro ejemplo, la razón de mujeres a hombres en el salón es $36:24$. La expresión $a+b$ es la cantidad total y a y b son las partes del total que se relacionan. En realidad, tratamos de saber cuántas mujeres hay por cada hombre en el salón, de modo que está implícita la operación de división en esta relación; así, $36:24$ es lo mismo que:

$$\frac{36}{24} = \frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Que en forma más concreta permite decir que en el salón hay 3 mujeres por cada 2 hombres. Así, la razón es $3:2$.

Las razones se pueden usar para expresar relaciones muy variadas. Como ejemplo, podemos relacionar la altura de un triángulo a su base; la cantidad de personas en un país que tienen estudios a la que carece de ellos; el número de prendas de ropa defectuosas en un proceso de maquila al total de prendas producidas; el número de juegos ganados por un equipo en un torneo al número de juegos perdidos; etcétera.

Ejemplo 1: ¿Cuál es la razón de la altura a la longitud de un pizarrón si su altura es de 75 cm por 2.5 m de longitud?

Solución: *Nota que las unidades no son consistentes, por lo tanto, lo primero que debemos hacer es una conversión para que las unidades sean iguales:*

Altura: 75 cm, Longitud: 250 cm

Porque, realizando la conversión quedaría: $2.5m\left(\frac{100cm}{1m}\right)=250cm$

Por lo que la razón de altura a longitud en el pizarrón es: $75:250$*, que simplificada es:*

$$\frac{75}{250}=\frac{15}{50}=\frac{3}{10}$$

Es decir $3:10$*, que significa que el pizarrón tiene 3 cm de altura por cada 10 cm de longitud.*

Ejemplo 2: ¿Cuál es la razón de hembras a machos en una pecera que tiene 80 peces, de los cuales 30 son hembras?

Solución: La razón buscada es hembras a machos y sabemos que de 80 peces en total 30 son hembras, por lo que 80 – 30 = 50 son peces machos; así, la razón de hembras a machos es $30:50$, que simplificada es: $\frac{30}{50}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$

O sea $3:5$, que explica que en la pecera hay 3 hembras por cada 5 machos.

Para saber más...

Las siguientes frases son ejemplos de razones:

- 1m equivale a 100cm.
- A $1m^3$ le caben 1000 litros.

DESARROLLO

PROPORCIÓN:

En ocasiones disponemos de dos razones ***a:b*** y ***c:d*** por ejemplo, las razones de mujeres a hombres en dos salones diferentes; las razones de altura a longitud en dos pizarrones; las razones de hembras a machos en dos peceras; etcétera.

Una proporción es la igualdad entre dos razones. La expresión de una proporción es $a:b :: c:d$ que también se puede escribir como: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Ejemplo 1: En un salón hay 36 mujeres y 24 hombres, ¿cuántas mujeres debe haber en otro salón que tiene 18 hombres para que los grupos sean proporcionales?

La razón en el primer grupo, calculada anteriormente, es $3:2$, y la razón en el segundo salón es c:18. Para que los grupos sean proporcionales, se debe cumplir que $3:2 :: c:18$; es decir:

$$\frac{3}{2} = \frac{c}{18}$$

De aquí, podemos realizar un proceso que nos dé como resultado el valor de c. *Es decir despejar* c
Multiplicando cruzado tenemos:

$$(3)(18)=2c$$
$$54=2c$$
$$\frac{54}{2} = \frac{2c}{2}$$
$$27=c$$

Concluimos que $c=27$

Así, la respuesta a la pregunta es que debe haber 27 mujeres a 18 hombres en el segundo salón, para que ambos grupos sean proporcionales.

Para saber más...
En una proporción, el producto cruzado de los extremos es igual al producto de los medios, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Entonces $ad=bc$

¿Sabías qué?

En algún momento de tu época estudiantil le llamaste reglas de tres a la forma que resolverías problemas de proporciones.

Ejemplo 2: La imagen del rostro de una persona en una fotografía mide 2 cm de altura por 1 cm de anchura. Si el rostro de la persona real tiene 12 cm de altura, ¿cuál es su anchura?

Solución:
Sabemos que la fotografía es proporcional dimensionalmente a la persona, por lo que las razones de altura a anchura deben ser iguales. Así, la razón de aspecto del rostro en la fotografía es: $2{\times}2{:}1{\times}2$, que en enteros es $4{:}2$, y la razón de aspecto real del rostro de la persona es $12{:}d$, que debe satisfacer la expresión:

$$4{:}2 :: 12{:}d \quad \textit{Es decir:} \quad \frac{4}{2} = \frac{12}{d}$$

Multiplicando cruzado quedaría:

$$4d=(2)(12)$$
$$4d=24$$
$$\frac{4d}{4} = \frac{24}{4}$$
$$d=6$$

Así, concluimos que $d=6$; por lo tanto, la respuesta al problema es que la persona realmente tiene 6 cm de anchura en su rostro.

Para saber más...

Una tasa es un cociente de dos cantidades con distintas unidades.

VARIACIONES DIRECTA E INVERSAMENTE PROPORCIONAL.

En una ***variación directamente proporcional***, al comparar ambas variables se observa que crecen o disminuyen de manera simultánea.

La ***variación inversamente proporcional***, se presenta cuando al comparar ambas variables, se observa que una aumenta mientras que la otra disminuye.

Un ejemplo de este tipo de proporción es el siguiente: para realizar una obra se emplearon 12 obreros y se requirió un tiempo de 3 meses. ¿En cuántos meses se realizaría la misma obra si se emplearan 36 obreros?

Solución: de manera lógica, mientras más obreros haya, menor será el número de meses que se emplearán para terminar la obra. Es decir, una variable aumenta en tanto que la otra disminuye, por lo que concluimos que es una proporción inversa.

Matemáticamente se resuelve con un procedimiento diferente al estudiado.

Número de obreros	Número de meses
12	3
36	x

Resolviendo la proporción quedaría así:

$$\frac{12}{36} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{(3)(4)}{12} = x$$

$$1 = x$$

Por lo tanto 36 obreros tardarían 1 mes para realizar la obra.

ACTIVIDAD 2

SD2.2- B2

1. Determina el valor desconocido en las siguientes proporciones.

a) $\frac{40}{x} = \frac{2}{1}$

b) $\frac{15}{y} = \frac{5}{20}$

c) $\frac{a}{22} = \frac{2}{4}$

2. En el plantel 1 del Cobach, hay 3 clases bilingües por cada 7 clases en inglés. ¿Cuál es la razón de clases bilingües a clases en inglés? Escribe las razones de tres formas diferentes.

3. Basándote en la siguiente tabla resuelve lo que se te pide.

	Equipo de básquetbol	Equipo de voleibol
Alumnas	17	31
Alumnos	18	19
Total	45	50

a) Escribe la razón de alumnas a alumnos en el equipo de básquetbol.

b) Escribe la razón del número total de personas entre el equipo de básquetbol y el equipo de voleibol.

ACTIVIDAD 3

SD2.2- B2

1. En el año 2000, una ciudad aumentaba su población con una tasa de 1500 habitantes por año. Si en el año 2005, su población era de 60 mil habitantes, ¿qué población había en el año 2000?

2. En un restaurante hay 12 mesas para no fumadores y 4 mesas para fumadores. ¿Cuántas mesas para fumadores deben colocarse en una sucursal de dicho restaurante, en el que se colocaron 42 mesas para no fumadores, si se desea que las cantidades sean proporcionales?

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 4

SD2.2- B2

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

Realiza esta actividad en hojas blancas y entrega al profesor para que las revise y retroalimente en clase. Posteriormente guárdala en tu portafolio de evidencias.

1. Determina el valor desconocido en las siguientes proporciones:

   a) $\frac{12}{9} = \frac{8}{x}$

   b) $\frac{15}{10} = \frac{x}{4}$

   c) $\frac{4}{x} = \frac{10}{30}$

2. Resuelve los siguientes problemas.

   a) Para alimentar 8 perros se necesitan 74kg de alimento. ¿Cuántos kilogramos de alimento se necesitan para alimentar a 15 perros?
   b) Belén ha recorrido 12 km caminando en 1.5 horas. ¿Cuántas horas tendría que caminar para recorrer 25 km si anda a la misma velocidad?
   c) Si 12 albañiles construyen una obra en 5 días, ¿Cuántos días la realizarán 20 albañiles?

Autoevaluación

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Al resolver la siguiente operación con fracciones $\frac{5}{2}+\frac{1}{3}-\frac{2}{5}=$ se obtiene:

a) $\frac{73}{30}$

b) $\frac{21}{10}$

c) $3\frac{1}{10}$

d) $2\frac{1}{10}$

2. $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{2}\right)(-2)\left(\frac{6}{4}\right)=$ al resolverla resulta:

a) $3\frac{3}{5}$

b) $5\frac{3}{5}$

c) $-3\frac{3}{5}$

d) $\frac{18}{5}$

3. Reduce la siguiente expresión:

$2\left[3\left(-\frac{2}{3}\div\frac{5}{2}\right)-3\right]+2\left[5\left(\frac{4}{2}-\frac{5}{4}\right)+6\,(5-9)\right]-(2-6)=$

a) $44\frac{1}{10}$

b) $-44\frac{1}{10}$

c) $40\frac{1}{10}$

b) $-40\frac{1}{10}$

4. Determina el valor desconocido de la siguiente proporción: $\frac{18}{10} = \frac{h}{5}$

a) $h = 9$

b) $h = \frac{9}{25}$

c) $h = -9$

b) $h = -\frac{9}{25}$

5. Determina el valor desconocido de la siguiente proporción: $\frac{m}{21} = \frac{3}{7}$

a) $m = 3$

b) $m = 6$

c) $m = 9$

b) $m = 12$

6. Ernesto ha recorrido 12 km. caminando 1.5 horas. ¿Cuántas horas tendría que caminar para recorrer 25 km. si anda a la misma velocidad?

a) 7.125 *horas.*
b) 3.25 *horas.*
c) 3.125 *horas.*
d) 4.125 *horas.*

7. Cuatro costureras producen en 10 días 320 vestidos. ¿Cuántos vestidos serán producidos en 16 días? Ver tabla.

Número de Costureras	Número de vestidos	Número de días
4	320	10
10	x	16

a) 80 *vestidos.*
b) 60 *vestidos.*
c) 512 *vestidos.*
d) 80 *vestidos.*

8. Nueve pintores trabajando 8 horas diarias, pintan un edificio en 12 días. ¿Cuántos días demorarán 18 pintores en pintar el mismo edificio, trabajando 6 horas diarias?

Número de Pintores	Número de Horas	Número de días
9	8	12
18	6	x

a) 8 *días.*

b) 16 días.

c) 28 días.

d) 10 días.

9. Calcula el valor desconocido de las siguientes proporciones:

$$(x + 4): 4 :: (x - 2) :2$$

a) $x = -8$
b) $x = 0$
c) $x = -18$
d) $x = 8$

10. Un camión de carga tiene una razón largo: ancho de 7:4. Si su anchura es de 3 metros, ¿cuánto mide de largo este camión de carga?

a) 5.25 *metros de largo.*
b) 4.25 *metros de largo.*
c) 7.25 *metros de largo.*
d) 2.25 *metros de largo.*

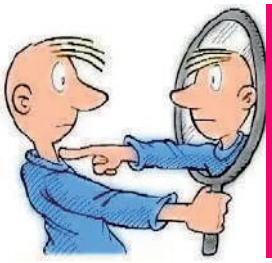
Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7 como **REGULAR** y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Esta competencia será alcanzada si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

1. Para administrar un medicamento se debe considerar el peso del paciente para indicar la dosis. Si se requieren 10 mg de este medicamento para un paciente de 50 kg de peso, **¿cuántos mg se requerirán para un paciente de 75 kg de peso?**
2. Si tres obreros pueden construir una barda en 4 días, **¿cuánto tiempo les llevará a cinco obreros construir la misma barda?**
3. En un grupo de bachillerato que tiene 50 alumnos hay 15 mujeres. **¿Cuál es la razón de hombres a mujeres en el salón?**
4. Si el porcentaje de sal en una solución de laboratorio es 35% y el peso total de la solución es de 275 gr, **¿cuál es el peso de la sal pura en la solución?**
5. Si se necesitan 8 horas para llenar una alberca de 1200 litros, **¿cuánto tiempo tardará llenar una alberca de 2500 litros?**
6. Dos jardineros podan un jardín en 7 horas. Suponiendo que la velocidad para podar es la misma para los jardineros, **¿cuánto tiempo le llevará a uno solo realizar el trabajo?**
7. En una tienda se anuncia un descuento de 25% en todos los pantalones de mezclilla. Si un pantalón de mezclilla tiene un precio normal de 450 pesos, **¿cuál es su precio de oferta?**
8. Si con 6 litros de gasolina un auto recorre 54 kilómetros, **¿cuántos kilómetros recorrerá con 20 litros de gasolina?**
9. Reduce la siguiente expresión:

$$-4\left[2\left(-\frac{2}{3}\div\frac{7}{2}\right)-3\right]+2\left[3\left(\frac{4}{2}-\frac{8}{9}\right)+6\,(5-7)\right]-(2-4)=$$

10. Encuentra el valor de la incógnita de las siguientes proporciones:

a) $\frac{6}{3}=\frac{x}{4}$

b) $\frac{x}{5}=\frac{4}{2}$

c) $12:6::x-3$

d) $14:x::18:3$

Bloque 3

Realiza sumas y **sucesiones de números.**

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Representación de relaciones entre magnitudes.
- Modelos aritméticos o algebraicos.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Identificando y diferenciando las sucesiones numéricas.
- Reconociendo los patrones que caracterizan a las sucesiones.

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 4 horas

Evaluación diagnóstica

Instrucciones: Lee cuidadosamente los siguientes enunciados, reflexiona lo necesario en las ideas que contienen y realiza lo que se te pide.

I. Hay cosas en la vida que suceden siguiendo un orden. Se dice que se suceden. Menciona algún ejemplo de esto.

II. Esas cosas son las sucesiones. Por ejemplo: Génesis, Éxodo, Levítico, Números, Deuteronomio... Investiga cuál es el término que sigue en esta sucesión.

III. En tus cursos previos a este, aprendiste el concepto de número primo. Recuérdalo y completa la sucesión de los primeros seis número primos (te damos el primero):

2,____ ,____ ,____ ,____ ,____.

IV. Ahora razona en la siguiente sucesión de números:

7, 10, 13, 16....

Observa que se han realizado tres sumas sucesivas y muy elementales, a partir del número 7, para obtener los cuatro primeros términos. El cuarto de esos términos es el número 16.

¿Qué te sugieren los puntos suspensivos que hay después del cuarto término?

Entonces ¿Cuál es el término número mil en esta sucesión?

V. Escribe los primeros cuatro términos de una sucesión de números que se genera así: el primer término es el 22 y cada uno de los que siguen se obtiene sumando 7 al anterior.

VI. Ahora obtén el vigésimo término de la sucesión siguiente:

3, 6, 12, 24...

Explica: ¿Cómo se genera esta sucesión?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

En este examen diagnóstico te has dado cuenta de tus fortalezas y tendrás oportunidades de aprovecharlas en tu formación y en tus desempeños a lo largo de la vida. Muchas de las cosas que aprendas, permanecerán en ti siempre, constituyendo esa esencia personal vital a la que llamamos cultura y aumentando tus potencialidades.

Secuencia didáctica 3.1

Manejo de Series y **Sucesiones Aritméticas.**

De entrada

En la esencia misma de los pensamientos lógicos, el ser humano suele buscar patrones. Los patrones son las formas en que se relacionan los objetos que conocemos, ya sean del mundo físico o del mental. Las sucesiones ayudan en esa búsqueda de patrones y son el objeto matemático que vas a adquirir en este bloque.

Las sucesiones forman parte de la vida en todos sus aspectos, desde los más cotidianos y corrientes hasta aquellos que tienen la más profunda esencia cultural o científica. Este libro, por ejemplo, está organizado siguiendo un orden lógico, propio de las sucesiones y pensando en tu beneficio formativo.

En esta secuencia reconocerás a las sucesiones como elementos culturales útiles para tu vida en sus variados aspectos y manejarás su estructura lógica usando los lenguajes aritmético y algebraico que ya usaste en los dos primeros bloques.

También reconocerás a los elementos propios de cierto tipo de sucesiones a las que se llama "sucesiones aritméticas" y trasladarás ese conocimiento a las expresiones o Modelos Matemáticos que las simplifican y representan, para poder manejarlas más fácilmente al razonar.

En un sentido inverso, podrás también iniciar una serie de razonamientos con la expresión matemática que corresponde a una sucesión, para generar un listado de sus términos.

La ejecución exitosa de esas actividades, evidenciará tu aprendizaje y habrás dado cumplimiento a la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

BUSCANDO PATRONES.

Los ambientes social, escolar y personal en los que vivimos, son ricos en situaciones donde aparecen las sucesiones de manera natural. Es tan normal su presencia cotidiana, que no las advertimos. Pensemos por ejemplo en la vital sucesión de las estaciones del año, en el orden de los meses o en el transcurso inadvertido del tiempo con sus variadas unidades de medición.

Son parte intrínseca del universo: al indagar en las intimidades del mundo natural, los científicos siguen descubriendo que, por igual, desde el interior del átomo hasta los confines de nuestra galaxia existe un orden supremo en el que las sucesiones suelen estar presentes.

Algunas sucesiones son exclusivamente numéricas, tienen una estructura lógica y pueden usarse en contextos muy diversos. A éstas nosotros las llamaremos **progresiones o sucesiones** y a los elementos individuales que las forman las llamaremos **términos** de esa sucesión.

Glosario

Llamaremos **patrón** al modelo que corresponde a los objetos que son semejantes.

Algunas sucesiones son infinitas, como sucede con la de los números naturales:

1, 2, 3, 4, 5, 6 ,7, 8, 9, 10, 11, 12.....

Otras son finitas, como lo es la sucesión de los dígitos que se usan en nuestro sistema numérico decimal y que consta sólo de diez términos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9

Las sucesiones obedecen a una lógica propia que les da forma. Por ejemplo, la sucesión de los números naturales se forma empezando con el número 1 y haciendo que cada uno de los términos siguientes se obtenga sumando 1 al término anterior, como se ve en la siguiente tabla:

Número del término (lugar que ocupa en la sucesión)	Término
1	1
2	1+1=2
3	2+1=3
4	3+1=4
...	
n	(n-1)+1

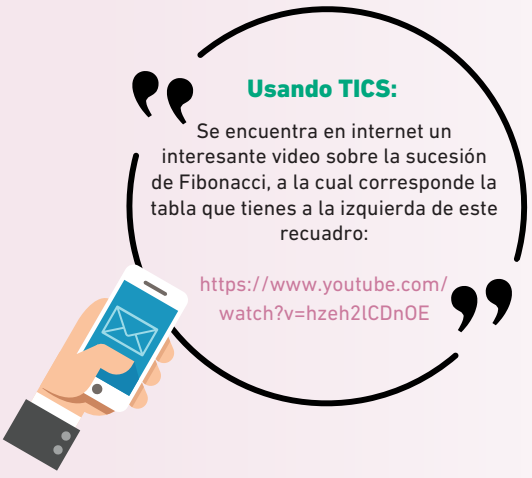
(Deberás tener en cuenta que, en una sucesión cualquiera, **n** es un número natural que indica el orden que ocupa el término al que nos referimos).

Razona la expresión del último renglón de la tabla.
Es una fórmula que sirve para generar cualquier término de esta sucesión y es llamada término general de la sucesión.

Muchas sucesiones numéricas tienen un término general con el que pueden obtenerse, uno a uno, sus términos.

Ahora analiza la sucesión de la siguiente tabla:

Número del término (# del mes)	Término
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	
...	
n	



Esta sucesión tiene lazos muy estrechos con el mundo tangible. Se asume que fue propuesta originalmente hace mucho tiempo por el matemático pisano Leonardo Fibonacci y se le relaciona casi siempre con la forma en que crece, mes tras mes, una colonia de conejos a partir de una pareja inicial de gazapos. Cada pareja tarda un mes en alcanzar la madurez reproductiva y tiene una nueva pareja de gazapos en cada camada y en cada mes.

Analiza la tabla anterior para verificar estas condiciones.

Se le encuentra también en escenarios tan diferentes como son la música, la estructura de algunas frutas y la ramificación de las plantas mientras crecen, por mencionar algunos.

El criterio con que se forma esta sucesión es muy sencillo aunque el modelo matemático que representa a su término general está, por lo pronto, fuera de tu alcance.

Advierte que esta sucesión se genera a partir de dos términos iniciales iguales a 1. A partir de allí podrás identificar fácilmente el criterio con que se generan los demás términos.

Glosario

Pisano: originario de la ciudad italiana de Pisa.

Gazapo: cría de los conejos.

ACTIVIDAD 1

SD3.1- B3

Selecciona desde el listado final de esta actividad de inicio, el criterio que se usó en cada caso y propón el término siguiente:

Ejemplo:
... -4, -2, 0, 2, 4, ...
Criterio: Son los números pares.
El término siguiente es el número 6.

1) 1, 2, 4, 7, 11 ...

2) L, M, M, J, V ...

3) U, D, T, C, C ...

4) **...**

5) M, V, T, M, J ...

6) 11, 11½, 12, 12½_____

7) 1024, 512, 256_____

8) 1, 8, 27, 64 _____

9) 2, 3, 5, 7, 11_____

10) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, _____

A. Los días de la semana.
B. Empiezo con el 5° número primo y voy sumando ½ para obtener el siguiente.
C. Los cubos de los números naturales.
D. Los planetas del sistema solar.
E. Los dígitos del sistema decimal, colocados frente a frente.
F. Los divisores del número 30.
G. Empiezo con la unidad y voy sumando sucesivamente los números naturales .
H. Los números primos.
I. Las primeras letras de los números naturales.
J. Empiezo con 2^{10} y multiplico por ½ cada vez para obtener el siguiente término.

A través del tiempo...

Carlos Federico Gauss, hijo de campesinos analfabetos, niño prodigio que vivió hace dos siglos, obtuvo desde su niñez un procedimiento para conocer la suma **S** de cualesquiera cantidad de números naturales consecutivos, sin hacerla directamente:

$1 + 2 + 3 + 4... = S$

Saber más...

Algunas series infinitas convergen. Es decir, que al ir sumando sus términos, nos aproximaremos, cada vez más, a cierto valor. Por ejemplo, en la siguiente serie infinita:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \ldots$$

tendremos un resultado cada vez más cercano a

$$\frac{1}{3}$$

¡Pero nunca lo alcanzaremos!

En todos los casos, **a la suma de todos los términos de una sucesión la llamaremos Serie de esa sucesión.**

Así, por ejemplo, la serie de los dígitos del sistema decimal se obtiene sumándolos:

0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

Igual se haría con la serie de los números naturales:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 +...

ACTIVIDAD 2

SD3.1- B3

En el recuadro anterior se presentó la idea de que C. F. Gauss pudo conocer rápidamente la suma S de cualesquiera números naturales consecutivos.

¿Qué fue lo que hizo? ¿Cuánto suman, entonces los primeros cien números naturales **1+2+3+4+...+99+100=S?**

ACTIVIDAD 3

SD3.1- B3

El comprador sagaz.

El vendedor de una mueblería ofrece a un comprador dos opciones para pagar el mueble que desea adquirir:

Primera: Pagar $1000 al finalizar el primer mes y, al final de cada uno de los once meses siguientes, cubrir además un incremento de $400 con respecto al mes anterior.

Segunda: Pagar $50 al finalizar la primera semana y, al final de cada una de las 51 semanas siguientes del año, cubrir además un incremento de $27.

El comprador desea saber con cuál de las dos opciones pagará menos y cuánto se ahorrará al elegirla.

Veamos la primera opción:

Número de mes	Suma a pagar
1	$1000
2	$1400
3	$1800
4	$2200
5	$2600
6	$3000
7	$3400
8	$3800
9	$4200
10	$4600
11	$5000
12	$5400

El comprador advierte que, sumando los pagos de los meses 1 y 12, obtiene lo mismo que si suma los pagos de los meses 2 y 11.

1) + 12): $1000 + $5400 = $6400
2) + 11): $1400 + $5000 = $6400

De igual manera pasa con los de los meses 3 y 10 y así con las seis parejas que se pueden formar.

3) + 10): $1800 + $4600 = $6400
4) + 9): $2200 + $4200 = $6400
5) + 8): $2600 + $3800 = $6400
6) + 7): $3000 + $3400 = $6400

Es decir, la suma de los doce meses es igual a seis veces lo que suman los meses 1 y 12.

Utiliza el razonamiento anterior y determina ¿cuál es la cantidad total a pagar con esta primera opción?

_____

_____

La tabla siguiente corresponde a la segunda opción de pagos.

Aquí los términos tienen una diferencia común de $27, a diferencia de la primera opción, donde los términos tenían una diferencia común de $400.

Escribe en la segunda columna, hasta donde consideres que te hace falta hacerlo para razonar, las cantidades que habría que pagar semanalmente.

Número de semana	Suma a pagar
1	$50
2	$77
3	
4	
5	
...	
47	
48	
49	
50	
51	
52	

¿Con cuál opción pagaría menos?

_____

_____

¿Qué tanto dinero ahorraría?

_____

_____

Ahora vamos a razonar la primera de las opciones.

Lo que hiciste fue:

$$(\$1000 + \$5400)\ 6 = \$38400$$

Pero esa expresión equivale a:

$$(\$1000 + \$5400)\ \frac{12}{2} = \$38400$$

Y de esta última expresión podemos decir que:

Promedio de los pagos inicial y final

$$(\$1000 + \$5400)\ \frac{12}{2} = \left(\frac{1000+5400}{2}\right)12 \text{ (¡verifícalo!)}$$

Es decir que:
El promedio de los pagos inicial y final se ha multiplicado por el número de meses.

De acuerdo con el último de los razonamientos, si conociéramos únicamente el número de términos y las cantidades inicial y final, ¿Qué haríamos para conocer la serie?

_____

_____

Entonces, obtén una expresión o modelo matemático que pueda aplicarse en casos en que desee obtenerse una serie aritmética:

_____

_____

Aplica el modelo matemático obtenido para hacer la serie aritmética en la segunda opción de pagos mensuales de esta actividad:

_____

_____

ACTIVIDAD 4

SD3.1- B3

La práctica hace al maestro

1. En una lotería escolar, los boletos que se van a vender están numerados desde el 1 hasta el 500 y cada estudiante pagará una suma igual al número que le toque eligiendo al azar. Las necesidades a cubrir con el dinero que se recaude tienen un monto de $120,000 pesos.

¿Se recaudará aquella suma si se venden los 500 boletos?

2. Alguien afirma que si se venden 200 boletos más en la lotería del problema 1, hasta hacer un total de 700, la suma recaudada duplicará las necesidades de dinero de la escuela. ¿Es verdadera esa afirmación?

3. Las butacas de un teatro están instaladas de tal manera, que en cada una de las filas que hay después de la primera, hay 2 butacas más que en la fila anterior. Se sabe que en la última fila hay 68 butacas.
¿Cuántas hay en la primera fila?

4. ¿Cúantas filas hay en el teatro del problema anterior?

5. ¿Cúantas butacas tiene el teatro del problema anterior?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita (✓) el color del semáforo que creas que corresponde a tu desempeño en la Actividad 4.

Competencia genérica		
5.1	R	No sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
	A	Tiene problemas para seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
	V	Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
Competencia disciplinar		
1	R	No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
	A	Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
	V	Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

ACTIVIDAD 5

SD3.1- B3

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

Una **sucesión aritmética** es una sucesión en la que cada término (menos el primero) se obtiene sumando al anterior una cantidad fija **d** a la que se llama **diferencia común.**

La diferencia común **d** será positiva si los términos crecen y negativa si decrecen.

Llamaremos **término general de una sucesión** a la expresión o Modelo Matemático con que se puede obtener cada uno de sus términos, al sustituir en la variable que involucra, sucesivamente, los números naturales 1, 2, 3, 4...

En una sucesión aritmética cada término es igual al anterior más la diferencia. Por ejemplo, en la primera opción de pagos de esta secuencia didáctica se tuvieron los siguientes términos de la sucesión:

$\mathbf{a}_1$ = $1000

$\mathbf{a}_2$ = $1400

$\mathbf{a}_3$ = $1800

a_4 = $2200

a_5 = $2600

a_6 = $3000

a_7 = $3400

a_8 = $3800

a_9 = $4200

a_{10} = $4600

a_{11} = $5000

a_{12} = $5400

La diferencia común **d** en este caso es $400.
Cada término puede obtenerse con el **término general** siguiente:

$$a_n = a_1 + (n - 1)\, d$$

Expresión 1

La suma de los *n* términos de una sucesión aritmética finita puede obtenerse con la expresión:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$$

Es decir, la serie de una sucesión aritmética.

Expresión 2

Donde:
a_1: Primer término de la sucesión.
a_n: Último término de la sucesión de *n* términos.
n : Cantidad de términos que tiene la sucesión.

Existe un modelo matemático equivalente a éste y tiene la ventaja de que no se necesita conocer el último término **(a_n)** de la sucesión. Investígalo o dedúcelo a partir del modelo matemático que ya tienes en la expresión 2.

Usando TICS:

Puedes consultar en:

https://es.wikipedia.org/wiki/Progresi%C3%B3n_aritm%C3%A9tica

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 6

SD3.1- B3

Responde a las siguientes cuestiones reflexionando en la pertinencia de las situaciones presentadas con respecto a las sucesiones aritméticas:

1. Considera la siguiente sucesión numérica:

7, 10, 13, 16,.....

a. ¿Es una sucesión aritmética? ¿Qué característica propia ha servido para responder?

b. ¿Cuál es la expresión algebraica correspondiente a su término general?

a_n =

c. ¿Cuál es su vigésimo término?

a_{20} =

2. ¿Cuál es la serie de la sucesión del problema 1?

3. Una pareja de conejos se reproduce de acuerdo con la sucesión de Fibonacci.

a. ¿Cuántas parejas hay al completar el primer año?

b. De acuerdo con las características de una sucesión aritmética, ¿Se trata en este caso de una sucesión aritmética?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita (√) el color del semáforo que creas que corresponde a tu desempeño en esta actividad.

Competencia genérica		
5.4	R	No construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
	A	Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
	V	Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1	R	No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
	A	Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
	V	Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

Logros

ACTIVIDAD 7

SD3.1- B3

1. Responde razonada y reflexivamente a las siguientes cuestiones relacionadas con las sucesiones numéricas.

La **"Razón Áurea" o "Divina Proporción"** es la razón entre dos dimensiones que provoca en nosotros un sentimiento de agrado. Tu credencial de estudiante es un ejemplo de esta razón. Al dividir su ancho entre su largo se obtiene, aproximadamente, ese número.

En cada una de esas tarjetas, si poseen la Divina Proporción, sucede exactamente que, si se divide su superficie en un cuadrado y un rectángulo, el rectángulo pequeño que se obtiene posee también la razón áurea y es semejante al original. Es decir, tiene la misma forma que el original, pero diferente tamaño.

Si el rectángulo obtenido en la primera división se divide a su vez en dos partes, una cuadrada y otra rectangular, se repite el resultado: el nuevo rectángulo es semejante a los dos anteriores. Y así hasta el infinito.

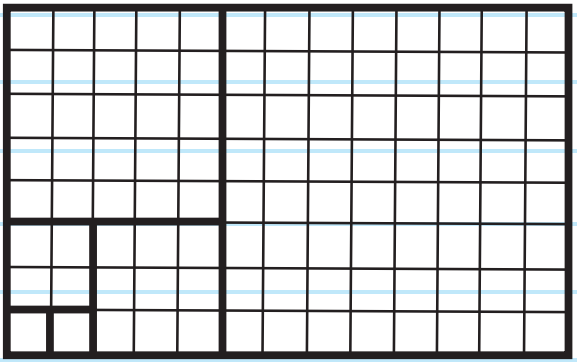
En una **sucesión de Fibonacci**, al dividir un término entre el siguiente, obtenemos un resultado que se aproxima a la razón áurea cada vez más, cuanto mayores sean los dos términos de la sucesión que van a dividirse.

Obtén ahora la razón áurea con una exactitud de hasta cuatro dígitos después del punto decimal:

1. Veamos la siguiente figura. Es un rectángulo cuyas dimensiones (medidas de sus lados) son dos términos sucesivos de la sucesión de Fibonacci. En este caso 8 y 13.

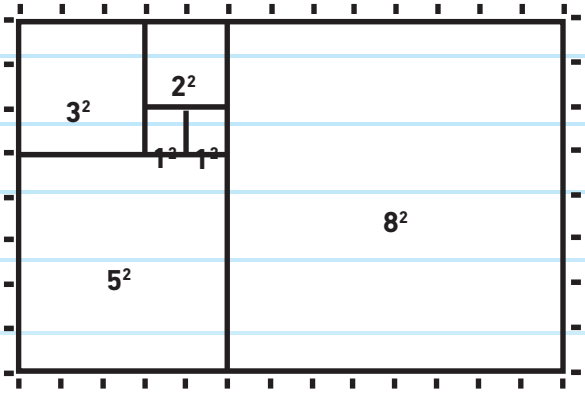
Estos rectángulos pueden dividirse en cuadrados: tantos como términos tiene la sucesión antes del término que corresponde al lado mayor del rectángulo. En este caso, esos términos son 1,1,2,3,5 y 8.

Observa en la figura de la izquierda que se pueden hallar dos cuadrados de lado 1, uno de lado 2, uno de lado 3, etc .



Sucesión de Fibonacci	
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34

O bien:



Lo que significa que $8 \times 13 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2$
¡Todo con términos consecutivos de la sucesión!

2. Traza en tu cuaderno un rectángulo con los lados 13 y 21.

3. Divídelo en cuadros cuyos lados sean términos de la sucesión de Fibonacci.

Secuencia didáctica 3.2

Manejo de Series y **Sucesiones Geométricas.**

De entrada

Al parecer, las sucesiones geométricas tuvieron su origen en las operaciones que hacían los comerciantes hace miles de años. El manejo de los intereses, que representaban la ganancia de los mercaderes, y las rebajas que hacían en los precios para estimular el consumo de los compradores, habrían sido entonces el origen de lo que hoy nos ocupa en este curso.

Los indagadores históricos de la ciencia mencionan que, desde las civilizaciones de Babilonia Y Asiria, miles de años antes de Cristo, los matemáticos resolvían a su manera problemas como calcular el tiempo necesario para que una cuenta comercial duplique su monto usando cierta tasa de interés.

Debido a los contextos de la vida en que sumamos y multiplicamos, parece lógica la suposición de que, inicialmente, los mercaderes aprendieron el manejo numérico de lo que hoy llamamos sucesiones aritméticas y que después, como una extensión de éstas, aprendieron la matemática de lo que hoy llamamos sucesiones geométricas.

En esta secuencia conocerás las sucesiones geométricas y los contextos en que se usan para simplificar algunos razonamientos que, de otro modo, resultan tediosos e inseguros por lo repetitivos y, al hacerlo darás cumplimiento mediante sus atributos a la competencia genérica que dice:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

INICI

EL ÁREA DEL CUADRADO.

ACTIVIDAD 1

SD3.2- B3

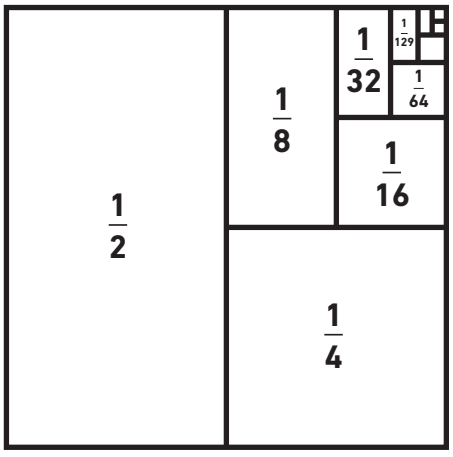
1. Considera la siguiente serie numérica finita:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{16384}$$

Quizás el primer impulso que tengamos para hallar la respuesta sea pensar muy poco, tomar una calculadora y hacer la suma solicitada. Sin embargo, la finalidad de esta actividad es razonar un poco más, de tal manera que podamos obtener conclusiones inteligentes y que puedan trasladarse a otras situaciones, quizás más complejas.

Se trata de una sucesión en la que el primer término es igual a ½ y los siguientes se obtienen multiplicando al anterior por ½. Es una sucesión de naturaleza distinta de las que estudiaste en la secuencia anterior, ya que en aquellas los términos se obtenían sumando una *diferencia común* y aquí se obtienen multiplicando por una *razón común*, a la que llamaremos **r**. Estas últimas son *sucesiones geométricas*.

La sucesión con que hemos iniciado esta secuencia corresponde a la siguiente situación geométrica:



Se trata de un cuadrado en el que aparecen todos los términos de la sucesión del problema al ir multiplicando áreas por ½ sucesivamente.

Entonces, razonando a partir de esta figura, responde:

1. ¿Se trata de una sucesión geométrica? Explica tu respuesta.

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

2. Con base a la división del cuadrado anterior, ¿a qué equivale la suma de los tercios de la sucesión , es decir, la serie? (Escribe la serie).

_____
_____
_____
_____
_____

3. ¿Cuáles de las siguientes sucesiones numéricas son del mismo tipo que la anterior? (marca √ o X)

a) 5, 10, 15, 20, 25... _____

b) 972, 324, 108, 36, 12... _____

c) 10, -20, 40, -80, 160... _____

d) 1536, -384, 96, -24, 6... _____

e) 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1... _____

4. Para las que son del mismo tipo que la que nos sirvió de inicio, identifica la razón común que existe entre sus términos:

a) r = _____

b) r = _____

c) r = _____

d) r = _____

e) r = _____

5. Hay quien afirma que la serie con que iniciaste esta actividad es:

$$S_{10} = \frac{16383}{16384}$$

Es decir, una cantidad menor que 1.

¿Qué piensas de eso?

_____

_____

_____

_____

_____

DESARROLLO

ACTIVIDAD 2

SD3.2- B3

Hace algunas décadas, un turista que visitaba cierto país de Oceanía, maravillado con la belleza de cierta especie de lirios acuáticos que poblaban los estanques silvestres, decidió llevar a su país unos pocos de ellos.

Los lirios se aclimataron en su nuevo hábitat tan rápida y asombrosamente, que en unos años ocuparon casi totalmente los estanques adonde fueron llevados, limitaron casi totalmente a las demás especies vegetales y asfixiaron a los peces con sus largas raíces.

Los biólogos investigaron las razones del desastre y encontraron que, en el país de origen de aquellas plantas, había una especie de peces que se alimentaba vorazmente con sus raíces y los mantenía siempre a la defensiva, ocultando su naturaleza fuertemente dominante.

Supongamos ahora que tenemos un estanque en el que vamos a depositar algunos individuos de esa especie de lirios y que éstos son tan agresivos biológicamente, que duplican su número cada semana. Si inicialmente se depositan diez lirios en ese estanque, su cantidad se duplicará semanalmente de acuerdo con la siguiente tabla:

Semana	Cantidad de lirios
1	$10X2^0$=**10**
2	$10X2^1$=**20**
3	$10X2^2$=**40**
4	$10X2^3$=**80**
...	
n	

Advierte que hay una relación entre el número de semanas transcurridas y el exponente de la expresión numérica en cada renglón de la tabla.

1. Las cantidades correspondientes a los lirios acuáticos, ¿Forman una sucesión geométrica? Explica tu respuesta.

_____

_____

2. Cómo se relaciona la cantidad de semanas transcurridas con el exponente de la expresión numérica?

_____

_____

3. Entonces, ¿Cuál es la expresión numérica con que se obtiene la cantidad de lirios en la semana 10?

_____

_____

4. ¿Cuántos lirios habría entonces en la semana 10?

_____

_____

5. Supongamos que el estanque se llena de lirios en la semana 30. ¿En cuál semana los lirios ocuparán la mitad del estanque?

_____

_____

6. Ahora vamos a pensar en depositar 20 lirios en la primera semana. Alguien afirma que, puesto que la cantidad inicial de lirios se ha duplicado, el tiempo necesario para llenar el estanque se reduce a la mitad: 15 semanas. Discute esta afirmación con tus compañeros de equipo y escribe la conclusión que obtengan.

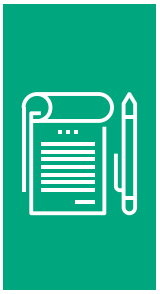
_____

_____

7. Ahora propón la expresión que corresponde al término general de la sucesión geométrica de este problema. Úsala para verificar la respuesta que diste en el inciso anterior.

_____

_____



Instrumento de evaluación

Señala con una palomita (√) el color del semáforo que creas que corresponde a tu desempeño en esta actividad:

Competencia genérica		
5.4	R	No construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
	A	Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
	V	Construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1	R	No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
	A	Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
	V	Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

CIERRE

Una *sucesión geométrica* es una sucesión en la que cada término, excepto el primero, se obtiene multiplicando la anterior secuencia por una cantidad fija **r**, llamada *razón común.*

La razón común r puede obtenerse dividiendo alguno de los términos de la sucesión entre el término anterior a él.

El término general de una sucesión geométrica es:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

donde
n: es el lugar que ocupa el término en la sucesión.
a_1 **:** primer término.
r: razón común en la sucesión.

Por ejemplo, en la situación del estanque plagado con lirios, el octavo término de la sucesión es:

$$a_8 = 10\,(2^7) = 1280$$

lo que significa que en la octava semana había 1280 lirios.

La serie o suma de los términos en una sucesión geométrica se obtiene con la expresión:

$$S_n = a_1\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$$

ACTIVIDAD 3

SD3.2- B3

Lee, razona y reflexiona en cada una de las siguientes situaciones para que respondas de la mejor manera a las cuestiones planteadas:

1. Cierta especie animal se reproduce de tal manera que cada diez años su población se incrementa en un 50%. Si hoy hay 330 individuos de esa población, ¿por cuánto resulta multiplicada cada 10 años?

2. Para el problema 1, encuentra el término general de la cantidad de individuos que habrá cada año en esas condiciones.

3. En la sucesión: 3, 15, 75, 375... ¿cuál es la expresión que corresponde al término general?

4. Para la sucesión del problema 3, ¿Cuánto suman los primeros veinte términos?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita (√) el color del semáforo que creas que corresponde a tu desempeño en esta actividad:

Competencia genérica		
5.4	R	No construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
	A	Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
	V	Construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1	R	No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
	A	Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
	V	Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

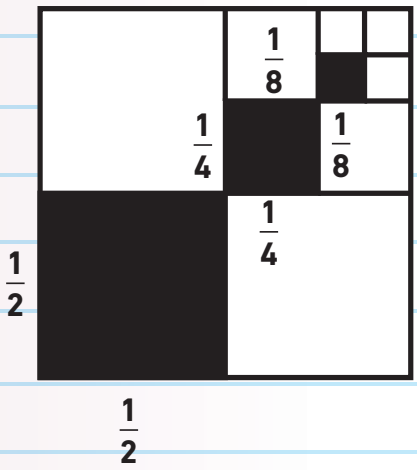
ACTIVIDAD 4

SD3.2- B3

Logros

Responde razonada y reflexivamente a las siguientes cuestiones relacionadas con las sucesiones numéricas.

Observa la situación geométrica planteada en la siguiente figura. Se trata de una secuencia de cuadrados que se prolonga infinitamente reduciendo sus dimensiones a la mitad cada vez, de tal manera que las áreas resultan divididas entre 4:



Observa que los cuadrados negros tienen **áreas** de $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}$ etc.

Son los términos de una sucesión que empieza con ¼ y en la que cada uno de los términos siguientes se obtiene multiplicando por ¼ al anterior.

Observando la figura y razonando adecuadamente podrás obtener el valor al que se aproxima la serie infinita:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \ldots = S$$

Se trata de una sucesión geométrica? Explica tu respuesta.

En el cuadrado mostrado, ¿a qué equivale esta serie?

Esta serie, ¿se aproxima a un valor?, es decir, ¿converge?

Si converge, ¿a qué valor se aproxima?

Autoevaluación

Lee con cuidado cada uno de los siguientes reactivos y realiza las operaciones necesarias para la respuesta correcta. Anótala después en los paréntesis:

1. ( ) En la sucesión aritmética siguiente: 7, 11, 15...
El término que ocupa el centésimo sitio es:
   A. 4
   B. 51
   C. 55
   D. 59

2. ( ) En la sucesión aritmética siguiente: 10, 21/2, 11...
El término que ocupa el vigésimo cuarto sitio es:
   A. 15
   B. 31/2
   C. 16
   D. 33/2

3. ( ) En la sucesión geométrica siguiente: 16, -32, 64...
El término que ocupa el décimo sitio es:
   A. 512
   B. -512
   C. 1024
   D. -1024

4. ( ) En la sucesión geométrica siguiente: 16, -8, 4...
El término que ocupa el noveno sitio es:
   A. ½
   B. -1/2
   C. ¼
   D. -1/4

5. ( ) Relaciona cada término general con los cinco primeros términos de la sucesión que representa:

Término General	Sucesión
1. $3n + 2$ 2. $2(n - 1)$ 3. $n(n + 1)$ 4. $\frac{n}{2} + 1$	A. 3/2, 2, 5/2, 3, 7/2 B. 2, 6, 12, 20, 30 C. 0, 2, 4, 6, 8 D. 5, 8, 11, 14, 17

A. 1d, 2c, 3b, 4a
B. 1a 2b, 3c, 4d
C. 1d, 2a, 3b, 4c
D. 1a, 2c, 3b, 4c

6. ( ) El término general de la sucesión: 3, 5, 7, 9, 11... es:
A. $2(n + 1)$
B. $2(n - 1)$
C. $2n$
D. $2n + 1$

7. ( ) Los primeros cinco términos de la sucesión cuyo término general es 2n+3 son:
A. 3, 5, 7, 9, 11
B. 2, 4, 6, 8, 10
C. 5, 7, 9, 11, 13
D. 1, 3, 5, 7, 9

8. ( ) Son tres términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci:
A. 233, 377, 610
B. 41, 61, 102
C. 69, 101, 170
D. 88, 112, 200

9. ( ) El valor de la razón r en la siguiente sucesión: 3, 21, 147, 1029... es:
A. 3
B. 7
C. 21
D. 49

10. ( ) Si el primer término de una sucesión geométrica es 7 y el sexto es 224, ¿cuál es el valor de la razón **r**?
A. 568
B. 32
C. 2
D. 1/32

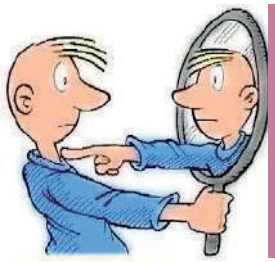
Instrumento de evaluación

Si en esta actividad respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7 como **REGULAR** y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.	**REGULAR**	
Habrás obtenido esta competencia si tu desempeño fue por lo menos **BUENO.**	**INSUFICIENTE**	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



1. Reúnete con dos de tus compañeros y respondan de manera individual los siguientes reactivos.

2. Ya que hayan contestado los reactivos intercambien sus módulos para la revisión del trabajo que realizaron (es importante que nadie se quede con su propio módulo).

3. De la manera más honesta evalúa al compañero que te tocó.

4. Completa la rúbrica que viene al final y entrega el módulo a tu compañero.

Lee con cuidado cada uno de los siguientes reactivos, realiza las operaciones necesarias para seleccionar la letra que corresponda a la respuesta correcta en cada caso y anótala dentro de los paréntesis correspondientes:

1. ( ) En la sucesión aritmética: 7, 11, 15...
El término que ocupa el centésimo sitio es:
   A. 44
   B. 51
   C. 55
   D. 59

2. ( ) En la sucesión aritmética: 10, 21/2, 11...
El término que ocupa el vigésimo cuarto sitio es:
   A. 15
   B. 31/2
   C. 16
   D. 33/2

3. ( ) En la sucesión geométrica: 16, -32, 64...
El término que ocupa el décimo sitio es:
   A. 512
   B. -512
   C. 1024
   D. -1024

4. ( ) En la sucesión geométrica: 16, -8, 4...
El término que ocupa el noveno sitio es:
   A. ½
   B. -1/2
   C. ¼
   D. -1/4

5. ( ) Relaciona cada término general con los cinco primeros términos de la sucesión que representa:

Término General	Sucesión
1. 3n - 2 2. n + 1 3. n(n +1) 4. $\frac{n}{2}$ - 1	A. 2, 6, 12, 20 B. 2, 3, 4, 5 C. 1, 4, 7, 10 D. -1/2, 0, ½, 1

A. 1d, 2c, 3b, 4a
B. 1a 2b, 3c, 4d
C. 1c, 2b, 3a, 4d
D. 1a, 2c, 3b, 4c

6. ( ) El término general de la sucesión 4, 6, 8, 10...
A. 2(n + 1)
B. 2(n – 1)
C. 2n
D. 2n + 1

7. ( ) Los primeros cinco términos de la sucesión cuyo término general es 2n-3 son:
A. 3, 6, 9, 12, 15
B. -2,- 4,- 6,- 8, -10
C. -1,1, 3, 5, 7
D. 1, 3, 5, 7, 9

8. ( ) Son tres términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci:
A. 21, 38, 59
B. 22, 33, 55
C. 34, 55, 89
D. 88, 112, 200

9. ( ) El valor de la razón **r** en la siguiente sucesión: 3, -21, 147, -1029... es:
A. -3
B. -7
C. 7
D. 9

10. ( ) Si el primer término de una sucesión geométrica es 5 y el octavo es 640, ¿cuál es el valor de la razón **r**?
A. 568
B. 32
C. 2
D. 1/32

Instrumento de evaluación

Si en esta actividad has respondido correctamente todos los reactivos considera tu resultado **EXCELENTE**; si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente considera tu resultado como **MUY BUENO**; si fueron 8 considera tu resultado **BUENO**; de 6 a 7, como **REGULAR**, y si tus respuestas correctas fueron menos de 6 considera tu desempeño como **INSUFICIENTE,** lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Habrás obtenido esta competencia si tu desempeño fue por lo menos BUENO.	**EXCELENTE** **MUY BUENO** **BUENO**	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Bloque 4

Realiza transformaciones **algebraicas I.**

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Identificará y realizará sumas, restas, multiplicación de polinomios de una variable.
- Emplea productos notables para determinar el resultado de operaciones con polinomios.
- Identifica productos notables y su relación con la factorización.
- Realiza diferentes técnicas de factorización, como extracción de factor común, trinomio cuadro perfecto y binomios conjugados.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Construir e interpretar modelos matemáticos sencillos sobre diferentes situaciones de mi entorno, utilizando modelación de ecuaciones lineales.
- Uso del software gratuito para celular "Math Lab".

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 7 horas

Evaluación diagnóstica

I. Escribe un polinomio con una variable:

II. ¿Qué es un producto notable?

III. Realiza las siguientes operaciones con polinomios, simplificando a su mínima expresión:

a) $(2x - 8) - (8x^2 - 6x + 18) =$

b) $3(2x^2 - 4x + 1) + 2(x^2 - 2x - 5) =$

c) $\frac{1}{2}(4x^3 - 2x^2 + 6x + 2) - \frac{2}{3}(3x^3 + 6x^2 - 12x + 9) =$

d) $2(x - 8) - 16x + 18 =$

e) $x^4 - 5x^2 + 2x - 3(x^4 + 2) =$

f) $(2a^2 - 3a)(3a^3 - 5a + 2) =$

g) $(3m^3 - m)(m + 1) =$

h) $(\frac{1}{2}x^2 + x)(\frac{2}{3}x - 4) =$

i) $(2x^6 - 3x^4 + 2x)(5x^3 + 3x^2 - 4) =$

j) $(x^2 - 4x)(2x^4 + x - 4) =$

IV. Desarrolla las siguientes operaciones con polinomios.

a) $(x - 3)^2=$

b) $(x^2 + 2x)^2=$

c) $(x - 4)(x + 4)=$

d) $(2x^2 + 2x)(2x^2 - 2x)=$

e) $x(2x^2 + 3x - 5)=$

f) $(x + 3)(x - 5)=$

g) $(2x - 3)(2x - 5)=$

V. Realiza las factorizaciones de los siguientes polinomios.

a) $x^2 + 2x + 1=$

b) $x^4 - 16=$

c) $4x^3 + 6x^2 + 8x=$

d) $4x^2 - 9=$

e) $8x^8 - 4x^6 + 16x^5 =$

Secuencia didáctica 4.1

Identificación de las operaciones de **suma, resta y multiplicación de polinomios** con una variable.

De entrada

Al término de esta secuencia, podrás realizar operaciones de suma, resta y multiplicación de polinomios con una variable. Además, identificarás la forma básica de los polinomios.

$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$, con $a_n \neq 0$.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas relacionados con áreas y volúmenes.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
  - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
  - Construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás realizar operaciones con polinomios, así como determinar su grado.

ACTIVIDAD 1

SD4.1 - B4

En esta actividad aplicarás conocimientos previos, como determinar áreas y volúmenes de polígonos regulares.

1. En una parcela rectangular para el cultivo de hortalizas, se diseñó un sistema de riego como se muestra en la figura 4.1. Los lados de uno de los cuadrados más pequeños tienen una longitud de 1 kilómetro. Determinar el área de la parcela.

Figura 4.1

a) ¿De cuántos cuadrados consta la cuadricula de riego?

b) ¿Cómo obtienes el área de la parcela?

c) ¿Qué similitud hay entre el inciso a y el inciso b?

d) ¿Puedes deducir una expresión, a manera de fórmula, que permita obtener el área de la parcela?

e) ¿La fórmula se puede aplicar para cualquier tipo de parcelas? Argumenta.

2. ¿Cuál es el volumen del cubo de Rubik, si la arista de cada uno de los cubos más pequeños mide 2 cm?

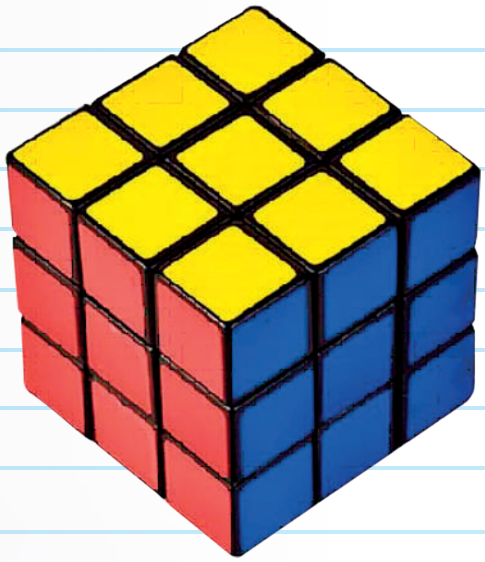


Figura 4.2

a) ¿Cuántos cubos de los más pequeños contiene el cubo de Rubik?

a) ¿De qué otra manera, sin contar todos los cubos pequeños, puedes obtener el total de ellos?

b) ¿Cuál es tu propuesta de fórmula para calcular el volumen del cubo de Rubik?

c) ¿Para qué tipo de figuras puedes utilizar esta fórmula?

Un polinomio es una expresión algebraica que se compone de dos o más términos, estos se componen de tres elementos esencialmente: coeficientes (a_n), variables (x) y exponentes $(\ )^n$, en este bloque abordaremos polinomios de una variable y su forma general es:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ con } a_n \neq 0.$$

Glosario

Términos semejantes: son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente.

Donde *n* representa el grado del polinomio con una variable, es decir, el grado lo define el exponente mayor de la variable que está elevada. Por ejemplo:

$3x^3 + 2x^2 - 3x + 4$, es de tercer grado.

$7x^2 - 3x + 1$, es de segundo grado.

Para el caso de que existan dos o más variables, el grado lo determinará la suma mayor de los exponentes de cada término.

Por ejemplo:

$2x^3y^4 + 2x^2y^2 + 2x^4 - 2y^2 + 2x - 3$,
es de séptimo grado.

$3m^2n^3 + 2m^2ny^2 + m^4 - 5n^2 + 2n + 15$,
es de quinto grado.

¿Sabías qué?

El origen de los polinomios se remonta a los babilónicos y egipcios. En papiros egipcios que datan de 2000 años a.C. se encuentran soluciones de problemas cuya traducción hoy, correspondería a ecuaciones de primer grado.

ACTIVIDAD 2

SD4.1 - B4

Reúnete con uno de tus compañeros para realizar la siguiente actividad de suma de polinomios.

En los siguientes datos representan el rendimiento promedio por partido de tres jugadores de beisbol del equipo "Los teachers" de San Luis.

Raúl: conectó 3 hits en casa y 2 en gira.
Marco: conectó 1 hit en casa y 0 en gira.
Adán: conectó 4 hits en casa y 5 en gira.

a) ¿Cuántos hits conectaron los tres jugadores por juego en casa? ¿y en gira?

b) Considera que se habrán de jugar "x" cantidad de juegos en casa, además "y" cantidad de juegos en gira durante la próxima temporada. Representa por medio de una expresión algebraica la cantidad total de hits para toda la temporada de estos tres jugadores.

Usando TICS:
En este link encontrarás ejercicios resueltos:

http://www.vitutor.com/ab/p/a_6.html

Multiplicación de un polinomio por un monomio.

Multiplica cada término del polinomio por término del monomio, respetando la regla de multiplicación de los signos.

Ejemplo 1

$(2x^2 - 4x + 2)(3x^3) =$

$6x^5 - 12x^4 + 6x^3$

Ejemplo 2

$(x^3 - 4x^2 - x + 1)(-x^3) =$

$-x^6 + 4x^5 + x^4 - x^3$

Multiplicación de un polinomio por un monomio.

Se multiplica cada término del polinomio por el término del monomio.

Multiplicación de polinomios.

Multiplica cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio, luego se reducen los términos semejantes, respetando la regla de multiplicación de los signos.

Saber más...

Regla de multiplicación de los signos:

$(+)(+) = +$

$(+)(-) = -$

$(-)(+) = -$

$(-)(-) = +$

Saber más...

Leyes de los exponentes:

$a^0 = 1$

$a^1 = a$

$(a^n)(a^m) = a^{n+m}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$

Glosario

Reducir:

Se le denomina así, a sumar los términos semejantes del polinomio resultante de la multiplicación.

Multiplicación de dos polinomios.

Se multiplica cada término del primer polinomio por el cada término del segundo polinomio.

Se reduce la expresión y se colocan los términos de manera descendente, tomando como referencia el exponente mayor.

Ejemplo 1

$(2x^2 - 4x + 2)(3x^3 - 2x) =$

$6x^5 - 4x^3 - 12x^4 + 8x^2 + 6x^3 - 4x$

$6x^5 - 12x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 4x$

Ejemplo 2

$(3x^2 + 2x)(-x^3 + 1) =$

$-3x^5 + 3x^2 - 2x^4 + 2x$

$-3x^5 - 2x^4 + 3x^2 + 2x$

ACTIVIDAD 3

SD4.1 - B4

En equipo de tres integrantes realicen la siguiente actividad:

Expresen el área de la parcela de la actividad 2, si aumentamos en x cantidad de kilómetros, cada uno de sus lados.

Figura 4.3

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área del rectángulo, realizada esta modificación? Desarrolla y reduce.

b) Modifica las dimensiones de largo y ancho a los lados en un múltiplo de x (ya sea que se aumente o disminuya) y expresa el área del nuevo rectángulo. Desarrolla y reduce.

c) Expresa algebraicamente: la suma y la diferencia de áreas de las dos figuras anteriores (incisos a y b).

1. Determina el volumen, si aumentamos en x una de las aristas del cubo de Rubik, como se ve en la figura:

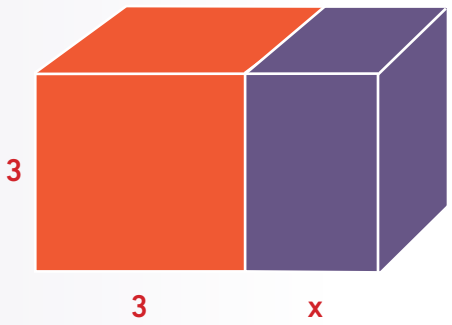


Figura 4.4

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde al nuevo volumen?

b) Ahora, si otra de las aristas resulta aumentada en 2x. ¿Qué expresión algebraica corresponde al nuevo volumen?. Desarrolla y reduce esa expresión.

2. Si tienes inicialmente dos cubos idénticos de aristas 9 centímetros, que posteriormente son aumentadas en *3x* la arista del primero y en *4x* la arista del segundo, ¿Que expresión algebraica reducida corresponde al volumen final total?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 4

SD4.1- B4

Guarda esta actividad en tu Portafolio de evidencias.

En esta secuencia didáctica realizamos operaciones con polinomios, tales como suma, resta y multiplicación, en la siguiente actividad practicarás estas operaciones con polinomios.

1. $(2a^2 - 3a) - 4(-3a^3 + 2a)$
2. $(2x^2 + 2x - 3) + (5x^3 - x^2 + 2x - 5)$
3. $(16 + 2b + b^2)(4 - b)$
4. $(17am - 3a^2m + 2m)(3am)$
5. $(2x - 2) - 2(x^3 + 2x^2 - 3x + 1)$
6. $(2 + a^2 - 2a - a^3)(a + 1)$
7. $\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$
8. $(14a^4 + 8a^2 - 4) - (-5a^4 + 3a^2 + 8)$
9. $\left(\frac{1}{6}m^a + 3m^{a-1} - \frac{7}{4}m^{a-2} - m^{a+1}\right) - \left(\frac{2}{7}m^{a+1} - \frac{5}{3}m^{a-1} + \frac{7}{6}m^{a-2}\right)$
10. $(5x^3 - 6x^2 + x - 5) - (6x^2 + 2x + 1 + 5x^3)$
11. $(5b - 8b^2 - b^9) - (-b^2 + 2b^9)$
12. $(a^2 + 2a)(a - 2)$
13. $(6 + 2x^2 - 5x)(3x^2 - 4 + 2x)$
14. $(a^{m+2} - 4a^m - 2a^{m+1})(a^2 - 2a)$
15. $3x^2 + x^2 - 4x^2$
16. $(3x^2)(-3x^3)$
17. $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
18. $(2y)(y)$
19. $\left(\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3\right)\left(\frac{2}{3}x^3 - 4x\right)$
20. $(x - 3)(x + 3)$

Usando TICS:
En la siguiente dirección encontrarás ejercicios de multiplicación de polinomios:

http://www.geogebra.org/m/NKUMFbMp

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado:

Señala con una palomita el rubro que alcanzaste.	
	Estructura.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa anexa a la actividad de cierre.
	2. La lista de cotejo presenta los datos de identificación del elaborador.
	Estructura interna.
	3. Tiene el 100% de los reactivos contestados.
	4. Tiene del 70 al 90% de los reactivos contestados.
	5. Tiene el 50% de los reactivos contestados.
	6. Cada reactivo cuenta con los argumentos lógicos y coherentes que llevan a la respuesta del problema o ejercicio.
	Contenido.
	7. El alumno jerarquiza los reactivos de acuerdo al nivel de dificultad.
	Aportaciones propias.
	8. Realiza la comprobación del reactivo mediante el uso de algún software.
	Total de desempeños

Secuencia didáctica 4.2

Identificación de los **productos notables** y sus relaciones con la **factorización.**

De entrada

Al término de esta secuencia podrás utilizar productos notables para desarrollar binomios a cualquier potencia, la multiplicación de binomios conjugados, multiplicación de binomios con término común.

Además, podrás realizar factorizaciones básicas como: factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios cuadrados perfectos.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas relacionados con áreas y volúmenes, mediante el producto de polinomios.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás desarrollar o factorizar polinomios, utilizando productos notables.

INICI

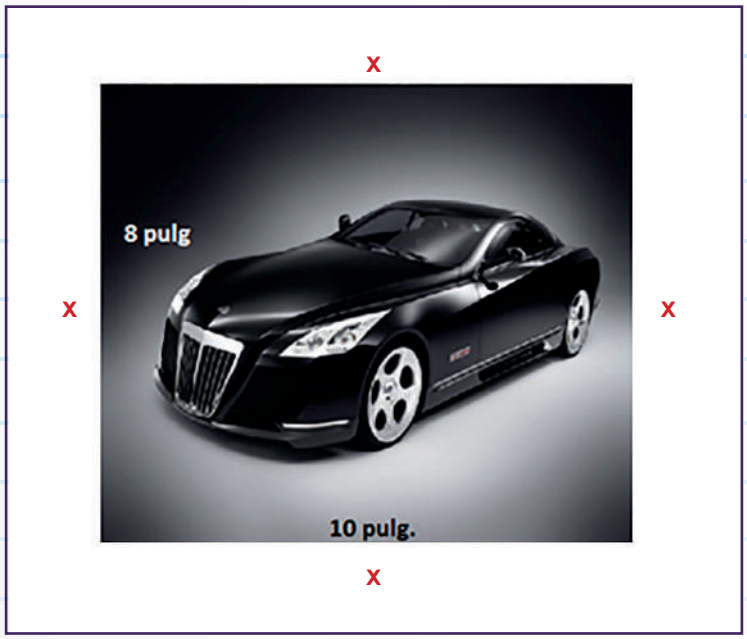
En la siguiente actividad aplicarás conocimientos previos, como determinar áreas de polígonos regulares.

ACTIVIDAD 1

SD4.2 - B4

De manera individual realiza la siguiente actividad:

Una fotografía mide 8 pulgadas por 10 pulgadas. La fotografía se coloca sobre un cartón rectangular dejando un ancho uniforme alrededor de la misma. El área conjunta de la fotografía y del ancho uniforme es de 120 pulgadas cuadradas. Encuentra la medida del ancho uniforme.



a) ¿Cuánto es el ancho del cartón?

b) ¿Cuánto es el largo del cartón?

c) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área del cartón?

ACTIVIDAD 2

SD4.2 - B4

En equipo de tres integrantes determinen el área de los cuadrados formados con las figuras, y llenen los campos de la tabla con la información correspondiente.

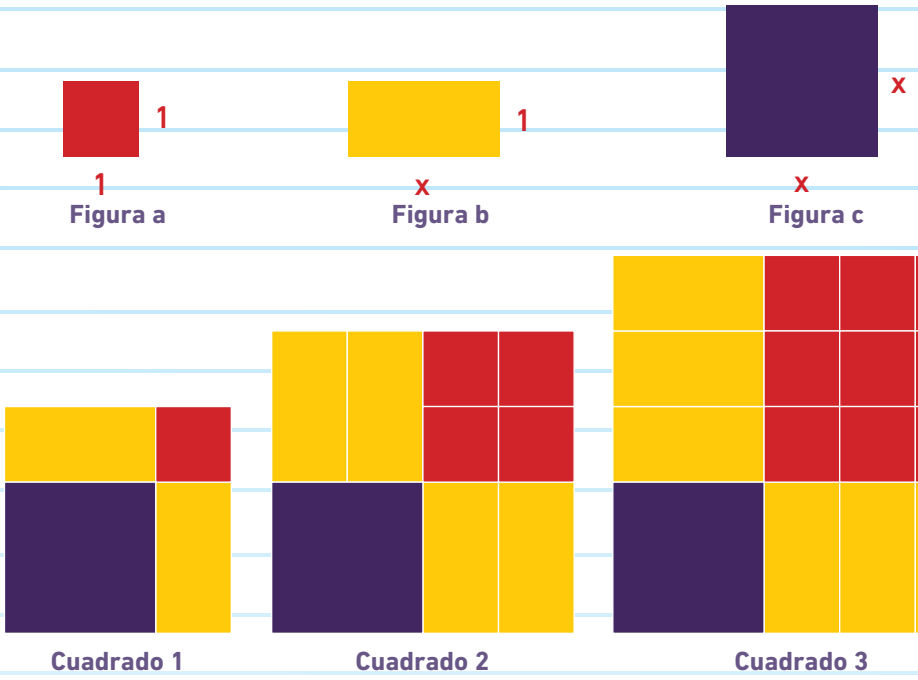


Figura 4.6

Número de cuadrado	Medida del lado	Área
1	x + 1	$(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
2		
3		
4		
5		
6		
a	x + a	

A. ¿Qué expresión algebraica pueden utilizar para representar estas áreas?

B. ¿Para cuáles figuras geométricas es válida esta expresión?

C. ¿Qué expresión algebraica utilizarían si restan en lugar de sumar?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

Usando TICS:
Checa el siguiente link para que practiques:
https://www.geogebra.org/b/X5KCSyhj#material/AsD8DyNX

Como observaste en la actividad 1, al aumentar el valor del lado del cuadrado, sigue una regla, la cual es válida al momento de disminuir el lado, a esta regla se le llama binomio al cuadrado y la podemos expresar como:

Binomio al cuadrado.

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

La podemos utilizar al multiplicar un binomio por sí mismo, sin tener que realizar toda la multiplicación de dos polinomios.

Ejemplo 1	Ejemplo 2	Binomio al cuadrado
$(x - 2)^2 =$	$(2x - 1)^2 =$	Aplicamos la regla de binomio al cuadrado.
$x^2 - 4x + 4$	$4x^2 - 4x + 1$	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

ACTIVIDAD 3

SD4.2 - B4

1. $(x^2 - 5)^2 =$

2. $(3x^3 + 4)^2 =$

3. $(-x + 1)^2 =$

4. $(x - \frac{1}{2})^2 =$

5. $(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4})^2 =$

La práctica hace al maestro

ACTIVIDAD 4

SD4.2 - B4

En equipo de tres integrantes realicen la siguiente actividad, llenando los campos de la tabla correspondiente:

Dada la siguiente figura, determinen el área del cuadrado, asignando valores a y.

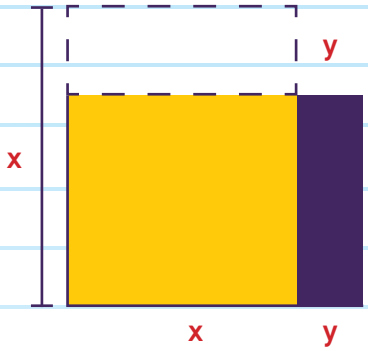


Figura 4.7

Número de cuadrado	Valor de y	Área
1	1	$(x + 1)(x - 1) = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
A	A	

a) ¿Qué expresión algebraica puedes utilizar para representar estas áreas? Desarrolla y simplifica.

b) ¿Cuándo puedes utilizar esta expresión algebraica?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

De la misma manera que la actividad anterior, en esta actividad pudiste observar que al aumentar el valor de un lado del cuadrado en "y" cantidad y disminuir el otro lado en la misma cantidad, esta sigue una regla a la que se denomina **binomios conjugados** y la podemos expresar como:

Binomios conjugados.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ejemplo 1

$(x - 3)(x + 3) =$
$x^2 - 9$

Ejemplo 2

$(3x - 4)(3x + 4) =$
$9x2 - 16$

Binomios conjugados.

Aplicamos la regla de binomios conjugados
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

ACTIVIDAD 5

SD4.2 - B4

Resuelve lo siguiente:

1. $(2x^2 - 4)(2x^2 + 4) =$

2. $(4 + x)(4 - x) =$

3. $(7x - 3)(7x + 3) =$

4. $(x^2 - 4x)(x^2 + 4x) =$

5. $(x - 1)(x + 1) =$

La práctica hace al maestro

ACTIVIDAD 6

SD4.2 - B4

En equipo de tres personas realicen la siguiente actividad:

Dada la siguiente figura, tomando en cuenta que el valor de "z" y el valor de "y" son diferentes. Determinen el área y llenen la siguiente tabla:

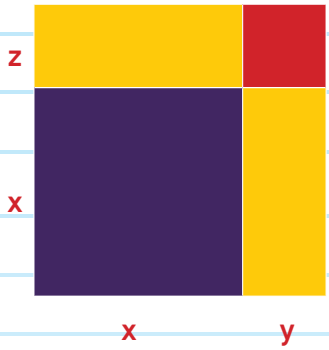


Figura 8

Valor de y	Valor de z	Área
1	3	$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$

a) ¿Qué proceso utilizaron para la solución?

b) ¿Pueden formular una expresión algebraica para representar este tipo de productos?

c) ¿Qué condición debe cumplir para utilizar este método?

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

En esta actividad pudiste observar el comportamiento del producto de dos binomios en los cuales tienen un término común (ambos polinomios lo tienen), estos siguen la regla de productos de binomios con término común:

Binomios con término común.
Aplicamos la regla de binomios con término común.
$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$

Ejemplo 1

$(x - 3)(x + 4)=$
$x^2 + x - 12$

Ejemplo 2

$(2x + 3)(2x + 1)=$
$4x^2 + 8x + 3$

ACTIVIDAD 7

SD4.2 - B4

Resuelve lo siguiente:

1. $(x + 5)(x - 8)=$
2. $(2x^2 + 2)(2x^2 + 1)=$
3. $(x + 2)(2x + 2)=$
4. $(x + 3)(x - 6)=$
5. $(-x^3 - 2)(-x^3 - 3)=$

La práctica hace al maestro

PRODUCTOS NOTABLES.

En las actividades 1,2 y 3 realizaste operaciones con polinomios que siguen una regla fija, es decir, podemos generalizar el método de resolución, a este proceso se le denomina **productos notables.** A continuación describiremos los productos notables que utilizaste en esta secuencia didáctica:

Binomio al cuadrado.
$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

Binomios conjugados.
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Binomios con término común.
$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$

Usando TICS:

En este link encontrarás ejercicios resueltos http://www.vitutor.net/1/6.html

FACTORIZACIÓN CON PRODUCTOS NOTABLES.

A cada producto notable corresponde a una regla de factorización, por ejemplo el resultado de un binomio al cuadrado es un **trinomio cuadrado perfecto,** el resultado de producto de binomios conjugados es una **diferencia de cuadrados.** A continuación veremos algunos ejemplos de factorización por medio de productos notables:

Trinomio cuadrado perfecto.
$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

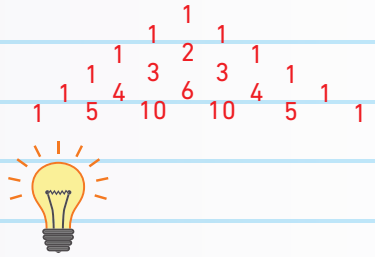
Diferencia de cuadrados.
$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$
$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

Factorización con término común.
$x^2 + 2x - 24 = (x + 6)(x - 4)$
$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$

¿Sabías qué?

Con el Binomio de Newton y el Triángulo de Pascal puedes desarrollar cualquier Binomio elevado a la potencia.

$(a \pm b)^n = (n_0)a^n \pm (n_1)a^{n-1}b \pm (n_2)a^{n-2}b^2 \pm \cdots \pm (n_n)b^n$



	Desarrollo del binomio
$(a + b)^0$	1
$(a + b)^1$	$a + b$
$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a + b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a + b)^4$	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a + b)^5$	$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 5b^5$

Para practicar:

1. $(2x - 2)^3 =$

2. $(x + 1)^5 =$

3. $(x + 2)^4 =$

4. $(x - 2)^6 =$

5. $(3x^2 + 2x)^2 =$

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 8

SD4.2 - B4

Guarda esta actividad en tu Portafolio de evidencias.

En esta secuencia didáctica realizamos operaciones con productos notables y factorización, en la siguiente actividad practicarás estas operaciones.

1. $(x + 3)^2 =$

2. $(2x - 4y)^2 =$

3. $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}\right)^2 =$

4. $(3xyz + 5)^2 =$

5. $(5z^3 - 2x^2)^2 =$

6. $(x - 3)(x + 3) =$

7. $(2x - 5y)(2x + 5y) =$

8. $(4x^2 + 2y)(4x^2 - 2y) =$

9. $(3xy + 2z^2)(3xy - 2z^2) =$

10. $(5x^4 - zx^2)(5x^4 + zx^2) =$

11. $(2x - 5)(2x + 10) =$

12. $\left(\frac{1}{3}x - 3\right)\left(\frac{1}{3}x + 4\right) =$

13. $(2x^2 + 2)(2x^2 - 5)$

14. $(2xy - 2)(2xy - 6)$

15. $(x - 3)(x + 5)$

Factoriza los siguientes polinomios:

1. $4x^2 - 8x + 4 =$

2. $x^2 - 6x + 9 =$

3. $9x^4 + 12x^2y + 4y^2 =$

4. $x^2 - 2x + 1 =$

5. $16x^2 + 24x + 9 =$

6. $x^2 + 6x + 9 =$

7. $x^2 - 16 =$

8. $36 - 4x^2 =$

9. $9x^2 - 64 =$

10. $25x^2 - 16y^2 =$

11. $x^2 - x - 20 =$

12. $x^2 + 3x - 18 =$

13. $4x^2 - 18x + 20 =$

14. $x^2 - 2x - 24 =$

15. $x^2 - 4x - 5 =$

Usando TICS:

En el siguiente link, encontrarás ejercicios interactivos de productos notables

https://www.geogebra.org/m/Y9eEhwq4?doneurl=%2Fmaterial%2Fshow%2Fid%2F845077

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado: [ ]

	Señala con una palomita el rubro que alcanzaste.
	Estructura.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa anexa a la actividad de cierre.
	2. La lista de cotejo presenta los datos de identificación del elaborador.
	Estructura interna.
	3. Tiene el 100% de los reactivos contestados.
	4. Tiene del 70 al 90% de los reactivos contestados.
	5. Tiene el 50% de los reactivos contestados.
	6. Cada reactivo cuenta con los argumentos lógicos y coherentes que llevan a la respuesta del problema o ejercicio.
	Contenido.
	7. El alumno jerarquiza los reactivos de acuerdo al nivel de dificultad.
	Aportaciones propias.
	8. Realiza la comprobación del reactivo mediante el uso de algún software.
	Total de desempeños:

Autoevaluación

I. Realiza las operaciones de los siguientes polinomios, reduciendo el polinomio resultante:

1. $\left(\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{2}\right) - \left(2x^2 + 3 - x\right)$

   a) $\frac{7}{2}x^2 + 5x - \frac{1}{2}$

   b) $-\frac{5}{3}x^2 + 3x - \frac{7}{2}$

   c) $-\frac{5}{3}x^2 + x + \frac{5}{2}$

   d) $\frac{7}{2}x^2 + 3x - \frac{7}{2}$

2. $(-x^3 + 4x^2 - x + 4) - \frac{2}{3}(3x^3 + 6x^2 - 9x + 12)$

   a) $-3x^3 + 5x - 4$

   b) $3x^3 - 2x^2 + 5x + 8$

   c) $-\frac{6}{3}x^3 + 5x^2 + \frac{5}{3}x + 8$

   d) $\frac{7}{2}x^3 + 5x - 8$

3. $\left(3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x - 5\right)(3x^3)$

   a) $6x^9 - \frac{3}{2}x^5 + 6x^4 - 15x^3$

   b) $9x^9 - \frac{3}{2}x^6 + 6x^3 - 15x^3$

   c) $9x^6 - \frac{3}{2}x^5 + 6x^4 - 15x^3$

   d) $6x^9 - \frac{3}{2}x^5 + 6x^4 - 15x^3$

4. $(3x^2 - 4x + 4)(-x^4)$

a) $-4x^6 + 5x^5 - 4x^4$

b) $-3x^6 + 4x^5 - 4x^4$

c) $-3x^8 + 4x^4 - 4x^4$

d) $-4x^8 + 4x^6 - 4x^4$

5. $(-2x^3 + 5x^2)(-x + 4)$

a) $2x^4 - 13x^3 + 20x^2$

b) $2x^4 + 3x^3 + 20x^2$

c) $2x^4 - 8x^3 + 20x^2$

d) $2x^4 - x^3 + 20x^2$

II. Determina el grado de los siguientes polinomios:

6. $-3x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$

a) Primer grado.
b) Segundo grado.
c) Tercer grado.
d) Cuarto grado.

7. $\frac{1}{2}x^3 - 2x + 5$

a) Primer grado.
b) Segundo grado.
c) Tercer grado.
d) Cuarto grado.

8. $x^5 - 1$

a) Segundo grado.
b) Primer grado.
c) Cuarto grado.
d) Quinto grado.

9. $6x^2 + 2x - 70$

a) Primer grado.
b) Segundo grado.
c) Tercer grado.
d) Cuarto grado.

10. $x^3 - x^2 + x - 1$

a) Primer grado.
b) Segundo grado.
c) Tercer grado.
d) Cuarto grado.

III. Desarrolla el producto de los siguientes polinomios utilizando productos notables.

11. $(x - 5)^3$
    a) $x^3 - 15x^2 + 75x - 125$
    b) $x^3 - 15x^2 + 15x - 125$
    c) $x^3 - 125x^2 + 15x - 125$
    d) $x^3 - 125x^2 + 125x + 125$

12. $(x + 3)(x - 3)$
    a) $x^2 - 9x - 9$
    b) $x^2 - 9x + 9$
    c) $x^2 - 6$
    d) $x^2 - 9$

13. $(x - 5)(x + 10)$
    a) $x^2 + 5x - 50$
    b) $x^2 - 5x - 50$
    c) $x^2 + 5x - 15$
    d) $x^2 - 5x - 15$

14. $(x + 2)^2$
    a) $x^2 + 8x + 8$
    b) $x^2 + 4x + 8$
    c) $x^2 + 8x + 4$
    d) $x^2 + 4x + 4$

15. $(2x-1)(2x+2)$
    a) $4x^2 + 2x - 2$
    b) $4x^2 + 4x - 2$
    c) $4x^2 + 4x + 2$
    d) $4x^2 + 2x + 2$

IV. Factoriza los siguientes polinomios por medio de los productos notables.

16. $4x^2 - 64$
    a) $(x + 8)(4x - 8)$
    b) $(2x + 10)(2x - 6)$
    c) $(x + 8)(2x - 8)$
    d) $(2x + 8)(2x - 8)$

17. $x^2 + 5x - 24$
    a) $(x + 8)(x - 3)$
    b) $(x - 8)(x - 3)$
    c) $(x - 12)(x - 2)$
    d) $(x + 12)(x - 2)$

18. $x^2 - 6x + 9$
    a) $(x - 3)^2$
    b) $(x - 6)^2$
    c) $(-x - 3)^2$
    d) $(x- 9)(x -1)$

19. $4x^2 + 12x +9$
    a) $(2x + 3)^2$
    b) $(2x + 2)^2$
    c) $(2x + 6)^2$
    d) $(2x + 1)^2$

20. $x^4 - 144$
    a) $(x^2 - 12)(x^2 - 12)$
    b) $(x^2 - 16)(x^2 + 8)$
    c) $(x^2 - 8)(x^2 + 16)$
    d) $(x^2 - 12)(x^2 + 12)$

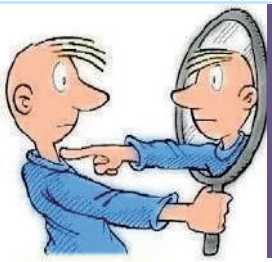
Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron de 17 a 19 reactivos que contestaste correctamente, se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 15 a 16 **BUENO**, de 12 a 14 **REGULAR** y menos de 12 **INSUFICIENTE**, lo cual exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Habrás obtenido esta competencia si tu desempeño fue por lo menos **BUENO.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** o **EXCELENTE**, te felicitamos y motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros, y solicites su apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, te recomendamos que acudas a asesorías, en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



1. Reúnete con dos de tus compañeros y respondan de manera individual cada uno de los siguientes reactivos.
2. Ya que hayan contestado los reactivos, intercambien sus módulos para la revisión del trabajo que realizaron (Es importante que nadie se quede con su propio módulo).
3. De la manera más honesta evalúa al compañero que te tocó.
4. Completa la rúbrica que viene al final y entrega el módulo a tu compañero.

I. Relaciona con una línea las reglas de factorización con el producto notable:

1. $(a \pm b)^2$	$a^2 - b^2$
2. $(a + b)(a - b)$	$a^2 \pm 2ab + b^2$
3. $(a + b)(a + c)$	$a^2 + (b+c)a + b$

II. Resuelve las siguientes operaciones con polinomios:

4. $(x - 3)(2x + 1)$
5. $(x^2 - 3x + 2)(5x^2)$
6. $(8x^3 - 2x^2 - x) -3(2x^2 + 5)$
7. $(2x - 4)-(3x^3 - 5x^2 - 4x -1)$
8. $(2x - 3)(2x^2 + 4x - 2)$

III. Resuelve las siguientes operaciones con polinomios por medio de productos notables:

9. $(x - 2)(x + 6)$

10. $(x + 5)^2$

11. $(x + 5)^3$

12. $(2x - 4)(2x + 4)$

13. $(3x^3 - 1)(3x^3 + 2)$

IV. Factoriza por medio de productos notables los siguientes polinomios:

14. $x^2 - x - 20$

15. $x^2 + x - 30$

16. $x^2 - 16$

17. $x^2 - 6x + 9$

18. $x^4 - 81$

19. $x^2 - 16x + 64$

20. $x^2 + 10x + 25$

Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron de 17 a 19 reactivos que contestaste correctamente, se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 15 a 16 **BUENO**, de 12 a 14 **REGULAR**, y menos de 12 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Habrás obtenido esta competencia si tu desempeño fue por lo menos **BUENO.**	**REGULAR**	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** o **EXCELENTE**, te felicitamos y motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros, y solicites su apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, te recomendamos que acudas a asesorías, en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Bloque 5

Realiza transformaciones **algebraicas II.**

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Técnicas que permitan expresar un polinomio como el producto de factores lineales.
- Identificar operaciones con fracciones algebraicas.
- Aplicando diversas técnicas que permitan simplificar expresiones algebraicas racionales.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- En ambientes lúdicos:
- Aplicando una o más técnicas para descomponer un polinomio en factores lineales.
- Simplificando fracciones algebraicas, empleando la factorización.
- Solucionando problemas algebraicos.
- Aplicando diversas técnicas que permitan simplificar expresiones racionales algebraicas.
- Resolver problemas en contextos algebraicos aplicando técnicas de factorización.

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 7 horas

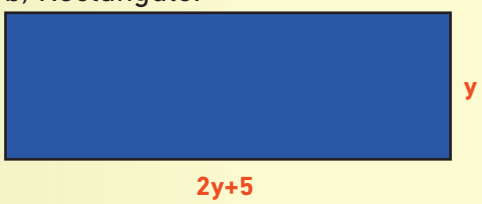
Evaluación diagnóstica

Realiza por lo menos los primeros cuatro ejercicios.

I. Calcula el perímetro y área para cada una de las siguientes figuras:

a) Cuadrado:

b) Rectángulo:



II. Con base en las medidas de los lados de cada figura, en referencia a las longitudes **p y q**, completa la tabla que se muestra después.

figura 1 figura 2 figura 3 figura 4 figura 5

Figura	Expresión algebraica para	
	El perímetro	El área
1		
2		
3		
4		
5		

III. Considerando las longitudes a y b, deduce la longitud de las aristas de cada figura y completa la tabla que aparece posteriormente:

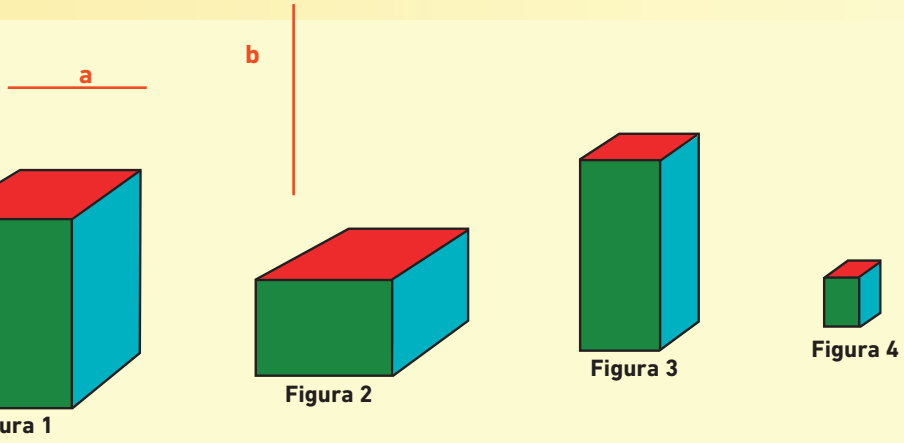


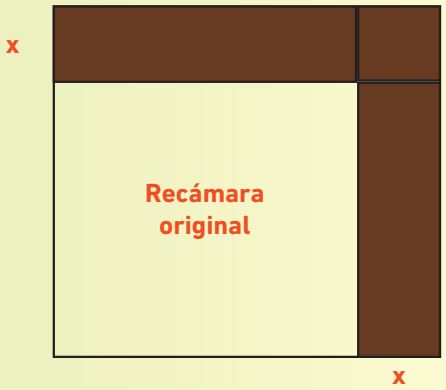
Figura	Expresión algebraica para	
	Área	Volumen
1		
2		
3		
4		
5		

IV. Las dimensiones de una cocina rectangular son 3 m de acho por 4 m de largo, a fin de incrementar su área, se extienden las dimensiones X m por lado como se aprecia en la figura:

a. Expresa el área de la cocina expandida.
b. ¿Cuántos metros se incrementó su área?

V. La recámara principal de una vivienda, originalmente era cuadrada y se incrementaron sus dimensiones "x" m, de tal manera que el área de la nueva recámara extendida se expresa como: $25+10x+x^2$

a. Escribe en el siguiente plano de la recámara los datos que hagan falta para que se cumpla con la nueva área.



b. ¿Cuáles eran las dimensiones de la recámara original?

c. ¿Cuánto se incrementó el área?

VI. Factoriza las siguientes cantidades o expresiones:

a. 72=
b. 80 =
c. k^2 =
d. m^2+3m=
e. $2y^2+4y$ =
f. $8x^3+4x^2-12x$=
g. x^2-9 =
h. $25p^2-16q^2$=
i. x^2+4x+4 =
j. $a^2+10a+25$=

A través del tiempo...

En la antigua Grecia, siglo IV a.C., "los números son sustituidos por segmentos de recta; y las operaciones se realizan por medio de construcciones geométricas, el producto de dos números se convierte en el área del rectángulo, cuyos lados tienen como longitudes esos dos números, el producto de tres segmentos es un volumen, la suma de dos números es igual a la prolongación de un segmento en longitud igual a la de otro, la resta es recortar de un segmento la longitud del segundo, la división se indica por la razón entre los segmentos que lo representan".

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado: ☐

Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.	
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Presenta los ejercicios resueltos de manera limpia, clara y legible.
	3. Resuelve correctamente los ejercicios. Otorgar un punto por cada una.
	Total de desempeños.

Secuencia didáctica 5.1

Reconocimiento de **trinomios que no son cuadrados perfectos** como producto de factores lineales.

De entrada

Al finalizar esta secuencia, podrás identificar y factorizar trinomios que no sean cuadrados perfectos, utilizando para tal fin factores lineales; además, emplearás diversas técnicas de factorización.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas cotidianos que involucren la aplicación de técnicas de factorización.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Es indiscutible que hoy en día se requiere del conocimiento de las Matemáticas al igual que su aplicación. La adquisición de habilidades y capacidades son más demandadas en las instituciones educativas de nivel superior, al igual que en el sector productivo, particularmente el pensamiento y razonamiento matemático, así como la competencia de plantear y resolver problemas que involucren álgebra, desarrollando estos atributos, seguramente, tendrás mayores oportunidades de éxito.

La factorización es quizá uno de los temas más importantes del álgebra básica, la comprensión de estos conocimientos son de gran importancia para facilitar otros contenidos de esta y otras ciencias.

La siguiente actividad, tiene la intención de que recuperes información previamente aprendida, que ocuparás para trabajar en este bloque.

ACTIVIDAD 1

SD5.1- B5

I. Analiza con detalle los siguientes ejercicios y al obtener la solución, anota tus respuestas en los espacios correspondientes.

a. $(x+2)(x+5)$ =

b. $(x-1)(x-4)$ =

c. $(x+7)(x-3)$ =

d. $(x+8)(x+8)$ =

II. Reflexionando en el desarrollo de los productos obtenidos.

a. ¿Qué puedes observar en el desarrollo?

b. ¿Se presentan términos semejantes? ¿Se pueden simplificar?

c. ¿Existe una relación entre la suma o resta de los términos numéricos y la simplificación de los términos semejantes?

d. ¿Dónde observas el producto de los términos numéricos?

III. Describe una técnica que permita factorizar los siguientes polinomios.

a. $x^2+9x+20$

b. $x^2-8x+15$

c. x^2+x-12

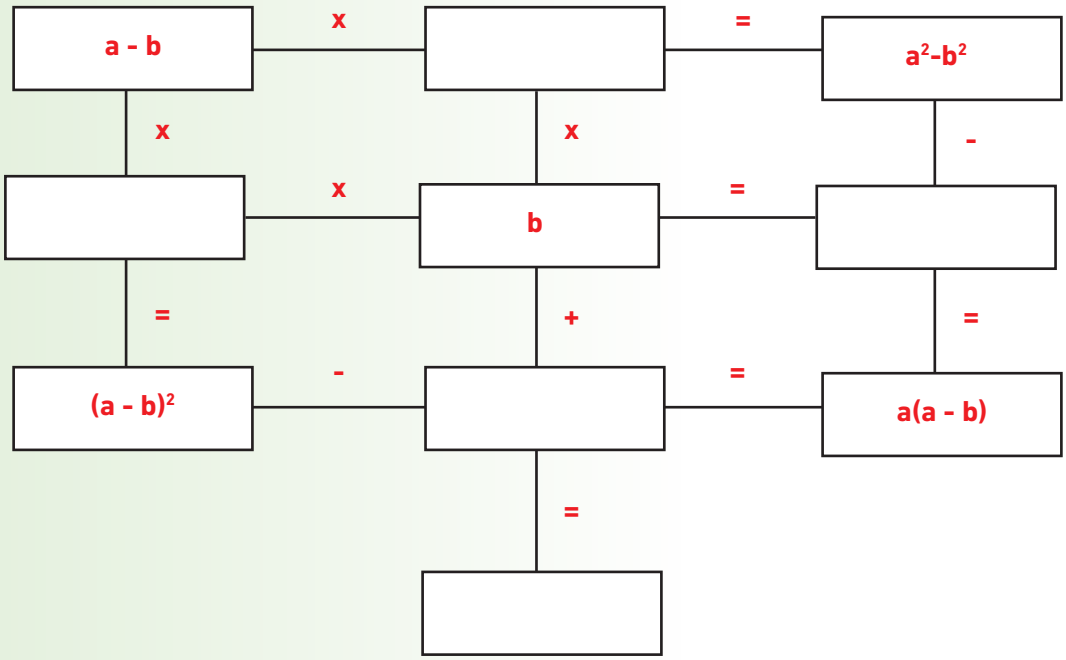
ACTIVIDAD 2

SD5.1- B5

Jugando y aprendiendo:

Trabajo en binas:

1. Se inicia de manera individual, cada integrante de la bina debe colocar dentro de rectángulo la expresión algebraica que hace válida la operación indicada en la línea que los une.



Comparte tus resultados con tu compañero de equipo y quien tenga mayor cantidad de aciertos ganará el juego.

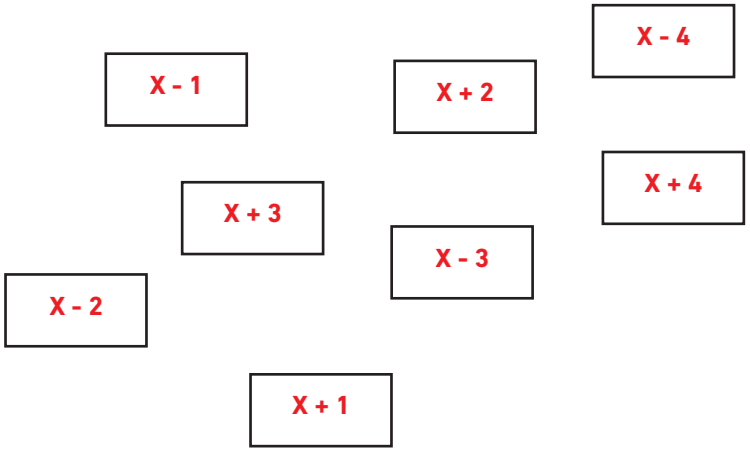
2. Se tienen a disposición cuatro tarjetas numeradas, en cada una de los lados está escrita una expresión algebraica, tal como se indica a continuación:

Reproduce las tarjetas en hojas o cartoncillos.

TARJETA/ CARA	A	B
1	$X^2 + 3x - 4$	$X^2 + 7x + 12$
2	$X^2 + x - 6$	$X^2 - 3x + 2$
3	$X^2 - 4x + 3$	$X^2 - 5x + 6$
4	$X^2 + x - 12$	$X^2 + 2x - 8$

Instrucciones del juego:

I. Tu compañero de equipo elegirá al azar una tarjeta y te mostrará una de sus caras, deberás señalar de las siguientes opciones aquellas que factoricen el trinomio mostrado.



II. Se deberá comprobar si la solución propuesta es correcta.

III. De las tres tarjetas que sobran, elegirás una y le mostrarás a tu compañero una de sus caras y solicitarás te indique qué pareja factoriza la expresión.

IV. El proceso continúa de forma alternada hasta agotar las tarjetas.

V. Ganará el juego quien tenga más aciertos y lo comunicará al docente, en caso de empate mostrar la cara contraria de la tarjeta seleccionada con anterioridad por cada jugador, de persistir el empate ambos tendrán los mismos puntos.

3. Deduce la expresión que representa cada situación:

a. La expresión algebraica $X^2 + 7x - 18$ se utiliza para representar la edad de José, se obtuvo de multiplicar una edad de su pasado con otra del futuro.

b. ¿Cómo expresas la edad actual de José?

c. Escribe las expresiones algebraicas para las edades que se utilizaron.
Edad de José en un pasado específico: _____

Representación de la edad de José en el futuro específico: _____

4. Con ayuda de su profesor(a) verifiquen la solución que obtuvieron. Ganará quien haya obtenido la solución correcta.

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado:

	Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Identifica trinomios que no son cuadrados perfectos.
	3. Factoriza trinomios que no son cuadrados perfectos.
	4. Resuelve problemas factorizando trinomios.
	5. Propone estrategias en la factorización de trinomios y verifica sus resultados.
	Total de desempeños.

Atando cabos:

Existen ecuaciones y funciones cuadráticas cuya principal componente es un trinomio de la forma ax^2+bx+c, permiten modelar problemas relacionados con tu entorno cotidiano, por ejemplo tiro parabólico y lugares geométricos, temas que abordarás en tus cursos de Física 1 y Matemáticas 3, respectivamente.

TRINOMIOS DE LA FORMA ax^2+bx+c

Como se mencionó anteriormente, en este bloque pondrás en práctica los conocimientos aprendidos, que te permitirán el abordaje de nuevas situaciones de interés donde interviene el proceso de factorización.

Mediante la resolución de una serie de ejercicios y problemas, podrás adquirir habilidades y capacidades, a través de las cuales puedas plantear y resolver situaciones donde se aplica la factorización de expresiones algebraicas.

El caso de la factorización de un trinomio cuadrado perfecto.

Un trinomio cuadrático tiene la expresión: ax^2+bx+c

Podemos observar que está formado por un término cuadrático, un término de primer grado y un término independiente.

Del estudio de los productos notables, realizado en el bloque anterior, sabemos que el cuadrado de un binomio es un trinomio; estos trinomios se llaman: Trinomios Cuadrados Perfectos (TCP).

$$(x+y)^2= x^2+2xy+y^2$$
$$(x-y)^2= x^2-2xy+y^2$$

ACTIVIDAD 3

SD5.1- B5

¿Cómo identificar un TCP?

Responde los siguientes planteamientos:

1. ¿Cómo son dos de los términos?

2. ¿Qué signos tienen siempre el primero y tercero de los términos? ¿A qué se atribuye?

3. ¿De dónde surge el segundo término?

Características de un trinomio cuadrado perfecto:

1. Provienen de elevar al cuadrado binomio.
2. Ordenados en referencial al grado de sus términos, el primero y tercero de los componentes son cuadrados, por lo cual ambos son positivos.
3. El segundo término es el resultado del doble producto de las raíces cuadradas del primer y tercer término.

Ejemplo:
$(x+5)^2=x2+10x+25$

Método para factorizar un trinomio cuadrado perfecto:

1. Verificamos que el primero y tercer término sean positivos.

2. Se obtienen las raíces cuadradas del primer y tercer término, separándolos por el signo del segundo término.

Ejemplos del método para factorizar un trinomio cuadrado perfecto (T.C.P):

a) Sea el T.C.P.: x^2+6x+9

1º Primer término x^2, tercer término 9, ambos son positivos.

2º Se obtienen las raíces cuadradas $\sqrt{x^2}=x \quad ,\sqrt{9}=3$

3º Se construye el binomio separando sus términos con el signo del término lineal del trinomio, en este caso +, finalmente se eleva al cuadrado el binomio **$(x+3)^2$**

b) Considere el T.C.P. $9x^2-42x+49$

Primer término 9x2, tercer término 49 ambos son positivos.

Obtenemos las raíces cuadradas: $\sqrt{9x^2}= 3x \ , \sqrt{49}= 7$

Construímos el binomio **3x - 7** separando sus términos con el signo del término lineal del trinomio, en este caso negativo.

elevamos al cuadrado **$(3x - 7)^2$**

3. El factor lineal obtenido de los pasos anteriores, se eleva al cuadrado.

Resuelve los siguientes ejercicios de manera individual con el propósito de poner en práctica tus conocimientos, intercambia tus respuestas con tus compañeros de equipo.

I. Factoriza los siguientes TCP:

a. **$x^2+10x+25=$**

b. **$k^2-18k+81=$**

c. $25a^2+40a+16=$

d. $36n^2-144n+144=$

Trinomios que no son cuadrados perfectos.

Cuando el trinomio no es un cuadrado perfecto existen diferentes procesos para realizar su factorización.

Ejemplo del procedimiento:
1. Realizamos el producto término a término utilizando la propiedad distributiva.

$$(5x+2)(x+3)= (5x)(x)+(5x)(3)+(2)(x)+(2)(3)=5x^2+15x+2x+6$$

2. Simplificado se obtiene el trinomio cuadrático:

$$5x^2+17x+6$$

3. Identificamos los elementos del trinomio cuadrático:

5x2 corresponde al termino cuadrático **ax2**
17x corresponde al término lineal **bx**
6 es el término independiente **c**

Casos de trinomios que no son cuadrados perfectos:

Primer caso. Cuando el coeficiente del término cuadrático **a=1**, el trinomio queda expresado así: x^2+bx+c, ejemplos de estos trinomios son:

a) $x^2+9x+20$

b) $w^2+7w-18$

c) $k^2+2k-35$

Determina en cada trinomio anterior, los valores de **a, b y c**.

Ejemplos de trinomios que no son cuadrados perfectos:

a) $x^2 + 20x + 4$

No es, puesto que el término lineal 20x no proviene del resultado del doble del producto de las raíces del primero y tercer términos xy2 debiese ser 4x.

b) $z^4 + 8z^2 - 16$

No es, debido a que el tercer término es negativo, si fuera +16 si sería T.C.P.

ACTIVIDAD 4

SD5.1- B5

El perímetro de un rectángulo mide 50 cm, ¿cuáles son las posibles medidas de sus lados?

Registra las medidas en la siguiente tabla:

Lado X							
Lado Y							

Si el área del rectángulo es de 136 cm^2, ¿cuáles son sus dimensiones?

Recordemos que la factorización es un proceso inverso al desarrollo de productos de expresiones algebraicas.

Veamos el siguiente ejemplo genérico:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

Esto implica que, para factorizar un trinomio x^2+bx+c requerimos encontrar dos números que multiplicados den el término independiente, y sumados o restados nos proporcionen el coeficiente del término lineal.

Para factorizar $x^2+20x+36$ se deben buscar dos números que multiplicados den 36 y sumados arrojen 20.

Factores	Resultado del producto	Resultado de la suma
1 y 36	36	37
4 y 9	36	13
12 y 3	36	15
18 y 2	36	20

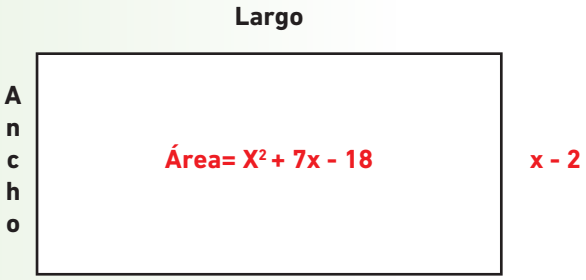
Podemos percatarnos que los valores del cuarto renglón son los únicos que cumplen los dos requisitos, por lo tanto: $x^2+20x+36= (x+18)(x+2)$

ACTIVIDAD 5

SD5.1- B5

Responde los siguientes planteamientos:

I. Un terreno rectangular de dimensiones desconocidas se muestra continuación:



a. ¿Cómo expresarías la medida del largo del terreno?
b. Si se incrementan las dimensiones del terreno de tal forma que el área se duplicara, ¿cuál es la expresión algebraica que representa la nueva área?
c. Al duplicar el área, se mantiene fijo el ancho del nuevo terreno, ¿cuál es la nueva expresión para la medida del largo?
d. Considera ahora que al duplicar el área del nuevo terreno, no se altera la medida de su largo, ¿cómo se expresaría la nueva anchura?

II. Expresa algebraicamente y escribe en la figura las medidas de las aristas de una alberca portátil en forma de prisma rectangular, sabiendo que sus caras tienen:

Área del fondo: $x^2 + 13x + 40$
Área de las dos caras laterales: $2x^2 + 30x + 100$
Área de las dos caras laterales opuestas a las anteriores: $2x^2 + 36x + 160$

Posteriormente:

a. ¿Cómo se expresa el volumen de la alberca?

b. Desarrolla el cálculo algebraico para el volumen a fin de obtener otra expresión equivalente para representar el volumen de la alberca.

c. Si la medida del ancho se incrementa en dos unidades y la del largo se disminuye en una, las cuatro caras laterales tendrán la misma área, ¿cuál es la expresión algebraica que les corresponde?

III. Una cooperativa de agricultores del Valle del Mayo, dispone de un almacén en forma de prisma rectangular para almacenar trigo. Puesto que las medidas de las dimensiones son desconocidas, su capacidad se expresa algebraicamente con el polinomio: $x^3 + 28x^2 + 256x + 768$ metros cúbicos, sabiendo que la base es cuadrada y tiene un área de $x^2 + 16x + 64$ metros cuadrados.

a. Dibuja la figura geométrica que represente el almacén.

b. Expresa algebraicamente la medida de largo, ancho y alto del almacén y anótalas en el dibujo.

c. Ahora se requiere construir otro almacén de base cuadrada, aledaño al anterior y cuya capacidad sea de ocho veces que la del primer almacén. Propón las expresiones algebraicas para las dimensiones de este nuevo almacén.

Usando TICS:

A fin de fortalecer tus aprendizajes, te invitamos a visitar los siguientes recursos:

http://geogebra.org/m/NkdM9PbB
Apoyo para fortalecer factorización.

http://geogebra.org/b/486841
Para fortalecer técnicas algebraicas.

https://es.khanacademy.org/welcome
Videos para fortalecer aprendizajes en álgebra.

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado:

Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.	
	Presentación
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Responde correctamente cada inciso del primer ejercicio.
	3. Proporciona respuesta válida para cada planteamiento del segundo ejercicio.
	4. Para cada inciso del tercer ejercicio obtiene la respuesta correcta.
	5. Participó en bina socializando aprendizajes.
	6. Participó en plenaria.
	Total de desempeños.

ACTIVIDAD 6

SD5.1- B5

Resuelve los siguientes casos:

Primer caso. El perímetro y área de cierto triángulo rectángulo son numéricamente iguales, es decir tienen el mismo valor, sin considerar las unidades de medida.

La dimensiones son: lado mayor **(2x-5)**;
catetos **(x+3) y (x-4)**. ¿Cuál debe ser el valor de **x**?

Segundo caso. Cuando el coeficiente del término cuadrático sea diferente de 1, es decir **a≠1**, el trinomio queda expresado así:

ax^2+bx+c, ejemplos de estos trinomios son:

a. **$2x^2+13x+20$**
b. **$12a^2-38a+16$**
c. **$4k^2-27k-7$**

Para factorizar estos trinomios existen varias formas, se describirá una de ellas.

Método de ensayo y error.

Pasos:

Escribir todas las posibles parejas de factores del coeficiente del término cuadrático. Escribe todas las parejas de factores del término independiente.

Intenta las diversas combinaciones de estos factores hasta encontrar el término medio correcto.

Ejemplo:

Factorizar **$5x^2+25x+20$**

Como el 5 es número primo, sus únicos factores son 1 y 5, podemos escribir un avance del proceso $(x\quad)(5x\quad)$ ahora el número 20 tiene factores positivos y negativos; sin embargo, como el término lineal es positivo, solo tomaremos en consideración los factores positivos, la siguiente tabla muestra las posibles combinaciones:

Factores posibles	Suma de los productos de los términos medios
$(x+20)(5x+1)$	$(x)(1)+(20)(5x)=x+100x=101x$
$(x+1)(5x+20)$	$(x)(20)+(1)(5x)=20x+5x=25x$
$(x+10)(5x+2)$	$(x)(2)+(10)(5x)=2x+50x=52x$
$(x+2)(5x+10)$	$(x)(10)+(2)(5x)=10x+10x=20x$
$(x+4)(5x+5)$	$(x)(5)+(4)(5x)=5x+20x=25x$
$(x+5)(5x+4)$	$(x)(4)+(5)(5x)=4x+25x=29x$

Los factores del quinto renglón proporciona el término lineal, por lo que el trinomio **$5x^2+25x+20$** se factoriza como **$(x+4)(5x+5)$**.

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 7

SD5.1- B5

Guarda el siguiente ejercicio en tu Portafolio de evidencias.

I. Proyecto de trabajo académico:

En equipos de máximo cuatro integrantes, investiguen otros métodos a través de los cuales se pueden factorizar los trinomios **ax^2+bx+c**, donde **$a\neq1$**

Entreguen al profesor(a) la investigación realizada, la cual deberá incluir:

Nombre de los integrantes.
Descripción del método.
Aplicación del método en por lo menos dos ejemplos.
Fuente(s) de consulta.

II. Coloca en los paréntesis la o las expresiones algebraicas que permitan factorizar los polinomios.

Factorización	Producto
( ) ( )	$K^2 + 2k$
( ) ( )	$8m^2 - 40m$
( ) ( )	$2x^2 - 10x$
( ) ( )	$3a^3 - 6a^2 + 12a$
( ) ( )	$16 - 49a^2b^2$
( ) ( )	$R^2 - \frac{1}{4}$
( ) ($\frac{4}{9}$ k - 3)	$\frac{16}{1}k^2 - 9$
( ) ( )	$X^2 - 3$
( ) ( )	$Y^4 - 25$
( ) (p + 2)	$p^2 + 40p + 300$
(7m – 9) ( )	$49m^2 - 81$
( ) ( )	$5x^2 + 13x - 6$
(2d - 3) ( )	$6d^2 - 5d - 6$
( ) (4m + 5)	$12m^2 + 11m - 5$
( ) ( )	$3z^2 - 5z - 2$
( ) (3x + 2)	$6x^2 + x - 2$
( ) ( )	$Y^2 + 10y + 25$
( ) ( )	$\frac{9}{4}h^2 + \frac{3}{4}h + \frac{1}{16}$
( ) (5w – 1)	$15w^2 + 7w - 2$
($\frac{7}{2}$ x - 3) ( )	$\frac{49}{4}x^2 - 21x + 9$

Revisadas las actividades intégralas a tu portafolio de evidencias. Fotocopiando la cantidad de veces que ocupe la actividad en equipo para cada integrante.

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado:

Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.	
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Presenta el ejercicio de manera limpia, clara y legible.
	3. Factoriza correctamente cada polinomio (otorgar un punto por cada ejercicio).
	Total de desempeños.

Secuencia didáctica 5.2
Reconocimiento de **expresiones racionales** en forma simplificada a partir de factores comunes y la **división de polinomios.**

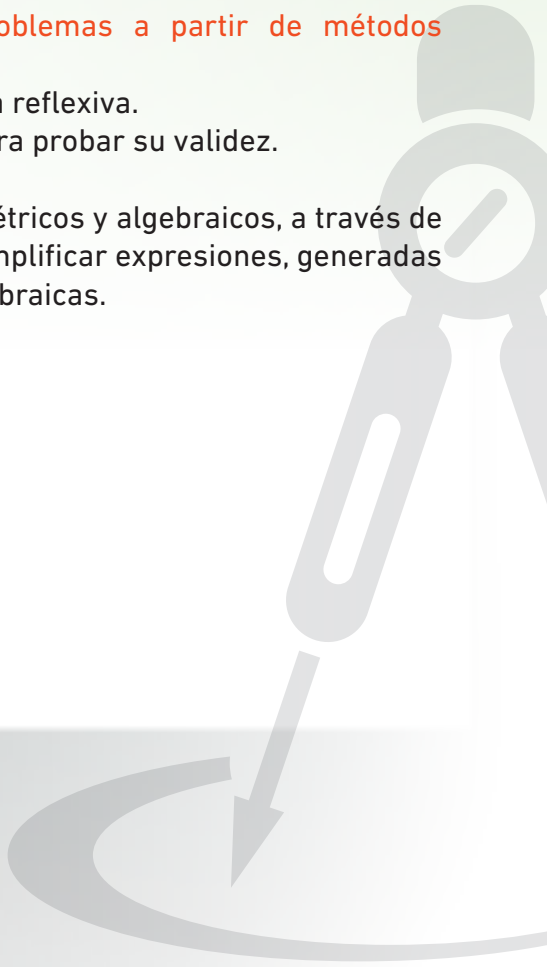
De entrada

Al finalizar esta secuencia podrás identificar y factorizar operaciones que involucran fracciones algebraicas, utilizando para tal fin factores lineales.
Aplicando los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas donde se involucren la aplicación de técnicas de factorización.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Así mismo, podrás representar y resolver problemas geométricos y algebraicos, a través de la factorización de trinomios, la cual podrás utilizar para simplificar expresiones, generadas por suma, resta, multiplicación o división de fracciones algebraicas.



Una fracción algebraica puede simplificarse a sus términos más sencillos, cuando no existe factor común al numerador y denominador. Evidentemente una fracción algebraica puede reducirse a sus términos más sencillos dividiendo el numerador y el denominador entre los factores que tengan en común.

Durante el desarrollo de la presente secuencia, el objetivo será aplicar técnicas de factorización a través de las cuales simplifiquemos fracciones algebraicas a su mínima expresión.

ACTIVIDAD 1

SD5.2- B5

Dar respuesta a cada uno de los siguientes planteamientos:
I. Completa la tabla aplicando las técnicas de factorización, simplifica resultados y deduce el código que le corresponde para inferir la palabra secreta. Comparte los resultados con un compañero a fin de socializar los aprendizajes.

Expresión algebraica racional	Factorización	Resultado simplificado	Códigos correspondientes
$\frac{x^2+x-20}{x^2-25}$ =	_____ =	_____	_____
$\frac{x^2-2x-3}{x^2-8x+15}$ =	_____ =	_____	_____
$\frac{2x^2+9x+4}{2x^2-5x-3}$ =	_____ =	_____	_____
$\frac{x^2-2x}{x^2-4}$ =	_____ =	_____	_____
$\frac{3x^2+20x-7}{x^2-2x-63}$ =	_____ =	_____	_____
La palabra oculta es:			

Tabla de códigos.

Expresión algebraica	x - 5	x - 8	x + 6	x + 4	x + 2	x^2	x - 4	x - 6	x - 9
Código	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Expresión algebraica	x + 7	x + 9	x - 7	x + 8	x + 1	2x	x - 3	x - 1	3x + 1
Código	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
Expresión algebraica	x	3x - 1	2x - 1	2x + 1	5x	3x	x - 2	x + 5	x + 10
Código	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

II. Propón tres fracciones algebraicas tales que al factorizarlas, simplificarlas y deducir los códigos para el numerador y denominador, se obtenga la palabra COBACH.

Expresión algebraica racional	Factorización	Resultado simplificado	Códigos correspondientes
_____ =	_____ =	_____	C / O
_____ =	_____ =	_____	B / A
_____ =	_____ =	_____	C / H

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno: _____ Grupo/turno: _____

Actividad: _____

Asignatura: _____ Parcial: _____ Bloque: _____

Fecha de entrega: _____ Puntaje alcanzado: ____

	Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Presenta el ejercicio de manera limpia, clara y legible.
	3. Factoriza correctamente la expresión algebraica racional. Otorgar un punto por cada una.
	4. Simplifica correctamente cada factorización. Otorgar un punto por cada una.
	5. Encuentra la palabra oculta.
	Total de desempeños.

Para el ejercicio 2 se recomienda la siguiente semaforización:

5.4		No construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
		Construye hipótesis pero no diseña y aplica modelos para probar su validez.
		Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

DESARROLLO

Llamaremos fracción algebraica a toda expresión racional en la cual el denominador y numerador son polinomios.
Ejemplos:

$$\frac{x^2 + x}{x + 1} \qquad \frac{5}{x^2 + 5x + 4}$$

$$\frac{x - 3}{x^2 - 9} \qquad \frac{x^2 + 8x - 10}{-4}$$

Puesto que podemos encontrar fracciones algebraicas que representen situaciones de interés, de igual manera en cursos posteriores de Matemáticas o Física General, es muy importante simplificarlas, a fin de estar en condiciones de resolver problemas.

Es factible simplificarlas cuando existen factores comunes en el numerador y en el denominador, de lo contrario la fracción es irreducible.
Ejemplos:

a) $$\frac{x^2 + x}{x + 1} = \frac{(x)\cancel{(x + 1)}}{\cancel{x + 1}} = x$$

b) $$\frac{k^2 - 25}{k^2 - 3k - 10} = \frac{\cancel{(k - 5)}(k + 5)}{(k+2)\cancel{(k - 5)}} = \frac{k + 5}{k + 2}$$

ACTIVIDAD 2

SD5.2- B5

Analiza y resuelve los siguientes problemas, al terminar comparte tus resultados a tus compañeros y considera las opiniones de ellos para mejorar tu trabajo.

I. El Índice de Masa Corporal (IMC) de las personas adultas, se obtiene de la división del peso en kilogramos y el cuadrado de su estatura en metros. Si el peso de Laura se representa con **$4x^2-45x-36$** y su estatura con **$x-12$**

a. Expresa el IMC de Laura y simplifica.
b. Si **$x = 15$**, ¿cuál es el valor específico del IMC de Laura?

II. Un automóvil viaja a una velocidad promedio de **$(2m - 10)$** kilómetros por hora, si a esta velocidad recorre una distancia de **$(2m^2-20m+50)$** kilómetros.

a. ¿Cuál es la expresión algebraica para determinar el tiempo del recorrido?
b. Si **$m = 8$**, ¿en cuántas horas realizó el recorrido?

OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS.

Recordando que una **fracción algebraica** es una expresión fraccionaria en la que tanto el numerador y denominador son polinomios, se pueden representar en general como $\frac{P(x)}{Q(x)}$ si los ambos polinomios se expresan en términos de la variable *x*.

Suma y resta.

Iguales denominadores:

Cuando las fracciones algebraicas tengan el mismo denominador, se procede de igual manera que al sumar o restar fracciones aritméticas; es decir se preserva el denominador y se suman o restan los numeradores.
Ejemplos:

a) $\frac{5x}{3y}+\frac{7}{3y}+\frac{-4x+9}{3y}=\frac{5x+7-4x+9}{3y}=\frac{x+16}{3y}$

b) $\frac{10x-4y}{4x-5y}+\frac{2x-8y}{4x-5y}-\frac{4x-2y}{4x-5y}=\frac{10x-4y+2x-8x-4x+2y}{4x-5y}=\frac{8x-10y}{4x-5y}=\frac{2(4x-5y)}{4x-5y}=2$

Denominadores diferentes:

Si no tienen el mismo denominador, antes de sumar o restar debemos hallar el denominador común que será el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores.

Lo anterior requiere la operación previa que es la factorización de los denominadores de las fracciones a sumar o restar, y después tomar los factores comunes y no comunes con mayor exponente.

Así, para hallar el numerador de cada fracción se divide el m.c.m. por su denominador y el cociente obtenido se multiplica por el correspondiente numerador.

Realizada esta operación, sólo nos queda sumar los numeradores y de ser necesario realizar las simplificaciones correspondientes.
Ejemplo:

$$\frac{2x}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}=$$

Primero debemos deducir el m.c.m. de los denominadores, como :

$x^2-1=(x-1)(x+1)$ el mcm de $x^2-1, x+1, x-1$ es $(x+1)(x-1)$

Por lo cual se tiene:

$$\frac{2x}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}=$$

$$\frac{2x+1(x-1)-1(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x+x-1-x-1}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x-2}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2}{x+1}$$

Ejercicios:
Para poder realizar cada una de las siguientes operaciones deberás deducir primero el mínimo común múltiplo (mcm) en cada una, apóyate de la factorización.

I. $\frac{5x}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x^2-9} =$

Su mcm es =

II. $\frac{x}{x^2-4} - \frac{5}{x+1} - \frac{1}{x+2} =$

El mcm =

a. Una vez obtenido el mcm, ¿cómo realizarías la operación?
b. ¿El proceso es similar al realizado con números racionales?
c. Realiza los cálculos, simplifica al máximo el resultado y compara con tu compañero de equipo.
d. Participa en la plenaria.

En las Ciencias Sociales, especialmente en administración y economía, frecuentemente se encuentran relaciones entre variables, tales como: costo de producción en y las unidades que se fabrican, cantidades demandadas por el mercado con base en los precios, ingresos obtenidos dependiendo de las unidades vendidas, entre otros ejemplos.

Se puede recurrir a la factorización y el uso de productos notables para expresar de una manera más sencilla estas relaciones y operaciones que puedan presentarse.

Las siguientes fracciones algebraicas representan los costos de los productos en relación al número de unidades que se fabrican en tres industrias A, B y C.

A. $\frac{8x}{x^2-36}$ B. $\frac{6}{x^2+2x-24}$ C. $\frac{x+3}{x^2-7x+12}$

ACTIVIDAD 3

SD5.2- B5

Deduce la expresión algebraica que represente los costos de producción totales de las industrias:
I. A y B
II. B y C
III. A y C.
IV. Obtén la expresión a través de la cual se obtengan los costos de producción totales de las tres industrias.

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado: ☐

	Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Responde correctamente cada inciso del primer ejercicio.
	3. Proporciona respuesta válida para cada planteamiento del segundo ejercicio.
	4. Participó en bina socializando aprendizajes.
	5. Participó en plenaria.
	Total de desempeños.

Multiplicación y división de fracciones algebraicas:

El producto de dos fracciones algebraicas es otra fracción algebraica, cuyo numerador es el producto de los numeradores y el denominador es el producto de los denominadores, es decir, se aplica la misma regla que en fracciones aritméticas. En general:

$$\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right)\left(\frac{R(x)}{S(x)}\right) = \frac{P(x)R(x)}{Q(x)S(x)}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{y^2-2y}{y^2-5y+6}\right)\left(\frac{y^2-y-6}{y^2-4}\right) = \frac{(y^2-2y)(y^2-y-6)}{(y^2-5y+6)(y^2-4)} =$$

$$\text{factorizando } \frac{(y)(y-2)(y+2)(y-3)}{(y-3)(y-2)(y+2)(y-2)}$$

y al simplificar se obtiene: $\frac{y}{y-2}$

¿Sabías qué?

Del producto de expresiones algebraicas se pasa a la factorización. Por ejemplo, el producto de dos números consecutivos se puede expresar como, $x(x + 1) = x^2 + x$, lo cual significa que el producto de dos números consecutivos es igual al cuadrado del primer número, más el mismo número. E inversamente, el cuadrado de un número más el mismo número es igual al producto del número por su consecutivo:
$x^2 + x = x(x + 1)$. Por ejemplo: $17^2 + 17 = 17(17 + 1) = 17 \times 18 = 306$.

ACTIVIDAD 4

SD5.2- B5

Realiza las siguientes multiplicaciones y simplifica el resultado.

1. $\left(\frac{x^2-7x-8}{x^2-15x-56}\right)\left(\frac{x^2-49}{x^2-6x-16}\right) =$

2. $\left(\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}\right)\left(\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}\right) =$

3. $\left(\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}\right)\left(\frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}\right) =$

La división de dos fracciones algebraicas es otra fracción algebraica cuyo numerador resulta del producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda, y el denominador es el producto del denominador de la primera multiplicado por el numerador de la segunda, en general:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \div \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x)S(x)}{Q(x)R(x)}$$

Ejemplo:

$$\frac{k^2-k}{k^2-k-6} \div \frac{k^2-k-2}{k^2+4k+4} = \frac{(k^2-k)(k^2+4k+4)}{(k^2-k-6)(k^2-k-2)} = \frac{(k)(k-1)(k+2)(k+2)}{(k-3)(k+2)(k-1)(k+2)} = \frac{k}{k-3}$$

ACTIVIDAD 5

SD5.2- B5

Realiza las siguientes divisiones de expresiones algebraicas y simplifica el resultado.

1. $\frac{x^2+2x-3}{x^2-1} \div \frac{x^2+4x+3}{x^2+2x+1} =$

2. $\frac{x^2+3x}{x^2-2x-15} \div \frac{x^2-x}{x^2-25} =$

ACTIVIDAD 6

SD5.2- B5

Realiza la siguiente operación:

$$\left[\frac{x^2+3x-4}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+x-12}{x-4}\right]\left[\frac{x^2-3x}{x^2-3x+2}\right] =$$

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 7

SD5.2- B5

Realiza las siguientes operaciones, después de ser revisadas por tu profesor(a), intégralas al portafolio de evidencias.

1. $\frac{9}{x}+\frac{15}{x}-\frac{7}{x}=$

2. $\frac{1}{a^2}-\frac{8}{a^2}-\frac{9}{a^2}=$

3. $\frac{7x}{3x-2}-\frac{4}{3x-2}=$

4. $\frac{4m}{3m-5}+\frac{5m+6}{3m+5}-\frac{7m+8}{3m+5}=$

5. $\frac{1}{x}+\frac{9}{2x}-\frac{5}{3x}=$

6. $\frac{9}{5x}-\frac{5}{2x}+\frac{3}{x}=$

7. $\frac{6}{x^2}+\frac{7}{2x}-\frac{5}{3x}=$

8. $\frac{m-2}{2m}+\frac{4m-1}{5m}=$

9. $\frac{x+9}{8x}-\frac{5x+8}{12x}=$

10. $\frac{y(x+y)}{x^2-y^2}-\frac{x}{x-y}=$

11. $\frac{2m}{m+4}+\frac{7}{m^2+m-12}=$

12. $\frac{x}{x-2y}-\frac{2xy}{x^2-2xy}+\frac{y}{x}=$

13. $\frac{2x}{y}-\frac{x^2}{xy-y^2}+\frac{y}{x-y}=$

14. $\left(\frac{3x}{2y}\right)\left(\frac{4y^2}{8x}\right)=$

15. $\left(\frac{3(x-y)}{2x}\right)\left(\frac{-15(x-y)}{x^3}\right)=$

16. $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)\left(\frac{x-3}{x-6}\right)\left(\frac{3}{5}\right)=$

17. $\left(\frac{-x^3y^4}{x^4y^5}\right)\left(\frac{x^7y^8}{-x^{10}y^3}\right)=$

18. $\left(\frac{x^2+5x+6}{x+1}\right)\left(\frac{2x+2}{3x+9}\right)=$

19. $\left(\frac{x^2-x-6}{x^2-5x-14}\right)\left(\frac{x^2-3x-28}{x^2-8x+15}\right)=$

20. $\frac{m^2+14m+48}{m^2+4m-21} \div \frac{m^2+4m-32}{m^2+3m-28}=$

21. $\frac{7m^2}{ab^2} \div \frac{14my}{2ab^2}=$

22. $\frac{x^2-8x+15}{x-1} \div \frac{5x-15}{3x-3}=$

23. $\frac{x^2-9x+14}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+5x-14}{x^2+3x-18}=$

24. $\frac{y^2+y+16}{y^2-y-20} \div \frac{y^2-11y+24}{y^2-8y+15}=$

25. $\frac{k^2-2k-3}{k^2-8k+15} \div \frac{k^2+5k-6}{k^2+k-30}=$

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado: ☐

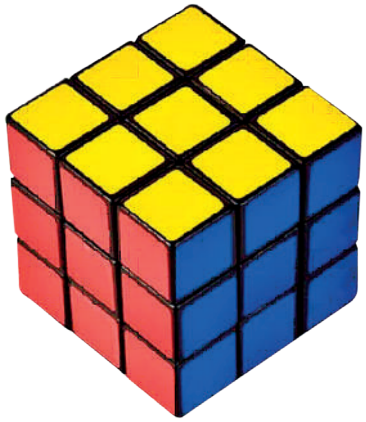
	Marca con una palomita en cada espacio donde se presente el atributo.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa y llena con los datos de identificación del elaborador.
	2. Presenta el ejercicio de manera limpia, clara y legible.
	3. Realiza correctamente cada operación, aplicando factorización y simplifica resultados (otorgar un punto por cada ejercicio).
	Total de desempeños.

Autoevaluación

1. El área de la pantalla rectangular de una computadora personal se representa con la expresión: $x^2+8x+15$ ¿cuál de las siguientes expresiones, simboliza el ancho de la pantalla?

a. $x+2$ **b.** $x+3$ **c.** $x+5$ **d.** $2x+1$

2. Raúl tiene un cubo de Rubik en el cual cada cara tiene un área representada con $4x^2+4x+1$, ¿cómo expresas el volumen del cubo?



a. $(x+2)^3$
b. $(2x+1)^3$
c. $(4x^2+4x+1)^2$
d. $(2x+2)^3$

3. ¿Cuál(es) de las siguientes parejas de fracciones son equivalentes?

I. $\frac{2x+2}{x^2+1}=\frac{2}{x}$ II. $\frac{x+1}{x^2-1}=x+1$ III. $\frac{x^2+x}{3x+3}=\frac{x}{3}$ IV. $\frac{5x^2}{5x^2}=0$

a. Solo IV **b.** Todas **c.** Únicamente III **d.** I, III y IV

4. De los alumnos de un grupo, 20 coincidieron en realizar una visita al Museo de Historia. El costo del boleto es de $50 por persona, sin embargo se les presenta la siguiente oferta: "Por cada alumno que se incorpore al grupo, se aplicará un descuento de un peso para cada uno de todos los integrantes del nuevo grupo". La expresión algebraica que representa los ingresos derivados por todos los alumnos que asistan es: $-2x^2+20x+2400$, en la cual x representa el número adicional de alumnos que se integró al grupo, ¿cuáles de los siguientes factores lineales representan la nueva cantidad de alumnos y el pago que realizaría cada uno?

I. $(20+x)$ **II.** $(50+x)$ **III.** $(50-x)$ **IV.** $(20+2x)$

a. I y II **b.** II y IV **c.** I y III **d.** II y III

5. Una caja de calzado para botas tiene forma de prisma rectangular, su volumen se obtiene multiplicando las medidas del largo, ancho y alto. Sabemos que la base de la caja es cuadrada y la longitud de la altura la representamos con **x** cm. Si el volumen se expresa con: x^3+6x^2+9x, ¿cuál es la expresión algebraica que representa al largo y al ancho de la caja?

a. $(x+6)$ **b.** $(x-3)$ **c.** $(x+3)$ **d.** $(x+3)^2$

6. Es el resultado de la suma: $\frac{5x}{x+1}+\frac{-4x-4}{(x+1)^2}$

a. $\frac{x-4}{(x+1)^2}$ **b.** $\frac{1}{x+1}$ **c.** $(x+1)$ **d.** 0

7. Al realizar la operación $\frac{5x}{x+2}-\frac{8x}{2x+4}$ ¿qué resultado se obtiene?

a. $\frac{x}{x+2}$ **b.** $\frac{-3x}{3x+5}$ **c.** $\frac{10x^2+20x}{-8x^2-16x}$ **d.** $\frac{x+2}{x}$

8. Realizando la multiplicación de las fracciones algebraicas y simplificando resultados, se obtiene: $\left(\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}\right)\left(\frac{x^2-1}{x^2-x}\right)$

a. $\frac{x}{x-1}$ **b.** $\frac{x+1}{x}$ **c.** 1 **d.** 0

9. ¿Cuál es el resultado de $\frac{x^2-4x-21}{x^2-49} \div \frac{x^2+2x-8}{x^2+5x-14}$?

a. $\frac{x+3}{x+4}$ **b.** $\frac{x+4}{x+3}$ **c.** $\frac{2x}{x+2}$ **d.** $\frac{x+2}{x+4}$

10. Los lados de un triángulo rectángulo son tres números naturales consecutivos, supuestamente dos de sus lados se multiplicaron y se obtuvo como resultado: x^2+3x+2 ¿cuáles lados participaron? Si $x=3$

a. El resultado no corresponde al producto de dos lados.
b. La hipotenusa y el cateto menor.
c. Los catetos.
d. La hipotenusa y el cateto mayor.

Utilizando las TICS:

Con el propósito de fortalecer tus aprendizajes, te invitamos a visitar los videos educativos que aparecen en:

www.math2me.com/playlist/algebra

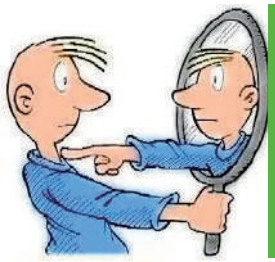
Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7, como **REGULAR**; y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Habrás obtenido esta competencia si tu desempeño fue por lo menos **BUENO.**	**EXCELENTE** **MUY BUENO** **BUENO**	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** o **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



I. Factoriza los siguientes polinomios.

a. $y^2-4y+3=$

b. $a^6-7a^3+10=$

c. $5x^2+4x-12=$

d. $20+ a^2-21a=$

e. $\frac{a^2}{4}-ab+ b^2=$

f. $m^2-30m-675=$

II. Realiza las siguientes operaciones y simplifica.

a. $\frac{2a}{a+3}+\frac{5a}{a-3}+\frac{12a}{a^2-9}=$

b. $\frac{x+2}{x^2-9}+\frac{x-3}{x^2-9}+\frac{x+3}{x^2+6x+9}=$

c. $\left(\frac{32-8a}{a^2+3a-10}\right)\left(\frac{a^2+10a+25}{a^2+22a+56}\right)\left(\frac{a^2-9a+14}{a+5}\right)=$

d. $\frac{20x^2-30x}{15x^3+15x^2}\div\frac{4x-6}{x+1}=$

Bloque 6

Resuelve
ecuaciones lineales I.

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Identificar una ecuación lineal con una incógnita y una función lineal, así como la relación entre ellas.
- Usar diferentes técnicas para resolver ecuaciones lineales de una incógnita.
- Reconocer y=mx+b como una ecuación de dos variables como la forma de una función lineal.
- Aplicar diversas técnicas para graficar una función lineal.
- Describir el comportamiento de las variables y resultados al resolver problemas de ecuaciones y funciones lineales, tanto algebraica como gráfica.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Construyendo e interpretar modelos matemáticos sencillos sobre diferentes situaciones de mi entorno, utilizando modelación de ecuaciones lineales.
- Usando del software gratuito para celular "Math Lab".

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Tiempo asignado: 7 horas

Evaluación diagnóstica

Lee detenidamente los seis planteamientos y reflexiona sobre el procedimiento que te permita obtener las soluciones. Realiza tu trabajo con orden y limpieza.

1. Los tres siguientes términos de la secuencia **11, 19, 16, 24, 21**, son:

2. En el siguiente cuadrado mágico la suma de las líneas horizontales **(renglones)**, verticales **(columnas)** y diagonales, es igual a $12a - 18b$. Encuentra los binomios faltantes y verifica que efectivamente cada línea suma $12a - 18b$.

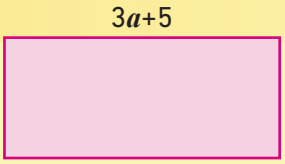
$2a - 3b$		$18a - 15b$
$20a - 18b$	$4a - 6b$	
		$6a - 9b$

3. Dados: $A = -5ab + 4b^2 - 2$, $B = 8ab - 6a^2 + 12$ y $C = -6a + 3b^2$, realiza las siguientes operaciones:
   a) $2A - B =$
   b) $(A)(C) - (B)(C) =$
   c) $(B - A)C =$

4. Llena los espacios vacíos de la siguiente tabla:

Lenguaje común	Leguaje algebraico
El doble de la suma de las edades de Julieta y Romeo.	
La semidiferencia de los cuadrados de dos números.	
	$\sqrt{x^2 - 4x}$
La edad de Gerardo es el triple de la edad de su hijo, aumentada en 4 años.	
	$\frac{(x+y)^3}{4}$
El cociente de la suma de dos números y la diferencia de sus cuadrados.	

5. Don Javier tiene un terreno destinado para un local de fiestas, como el que se muestra en la figura, para ello es necesario bardar el terreno y sembrar pasto.



a) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el número de metros lineales de barda que se necesitan para el terreno?

b) ¿Cuál es la expresión de los metros cuadrados de pasto que se requieren para cubrirlo?

6. Traza un plano cartesiano con todos sus elementos y ubica los siguientes personajes: pájaro **(-5,-8)**, árbol **(5,8)**, papalote **(-10,7)** y mariposa **(8,-8)**.

Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior, respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu nivel de conocimientos **EXCELENTE**, si fueron de 14 a 16 reactivos correctos, tu nivel se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 11 a 13 **BUENO**, de 8 a 10 **REGULAR**; y menos de 8 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.	**REGULAR**	
Estas competencias serán alcanzadas si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE**.	**INSUFICIENTE**	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Secuencia didáctica 6.1

Análisis y realización de modelos de situaciones empleando **ecuaciones lineales con una incógnita.**

De entrada

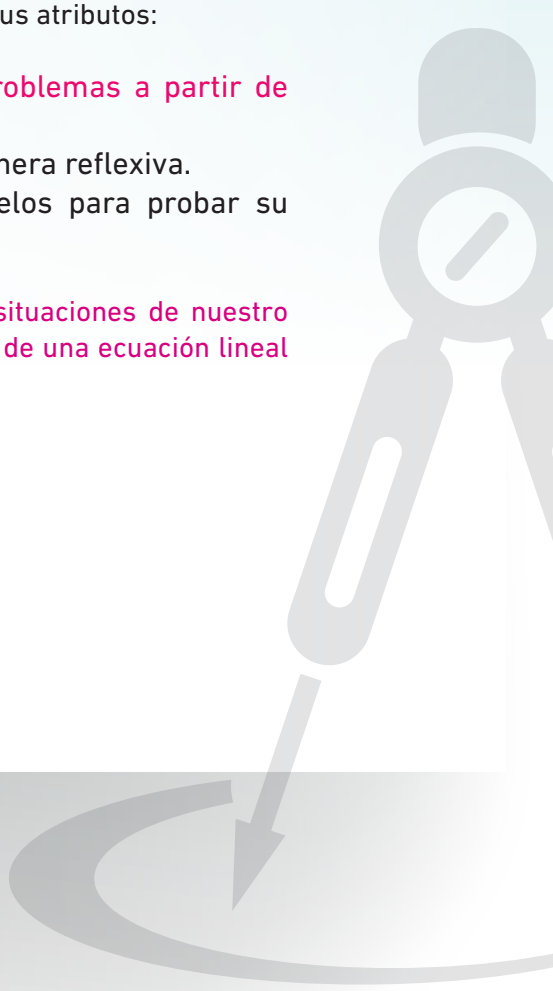
Al término de esta secuencia podrás resolver ecuaciones lineales enteras y fraccionarias. Además, identificarás la forma básica de las ecuaciones lineales **($ax+b=0$)** y encontrarás su solución utilizando diversas técnicas algebraicas.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas cotidianos que involucren el planteamiento de una ecuación lineal.

Recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Además, como producto principal, podrás resolver varias situaciones de nuestro entorno, donde para encontrar respuesta se requiera el uso de una ecuación lineal con una incógnita.



INICI

Seguramente alguna vez te han dicho: "Piensa un número, súmale 15, réstale 10, resta el número que pensaste, multiplícalo por 3, suma 9, divídelo entre 4". Y mágicamente te dicen que la respuesta es 6, e inmediatamente te preguntas ¿cómo le hizo?, y la respuesta es sencilla, este truco lo resuelve una ecuación muy simple que trataremos a continuación en este bloque.

En la siguiente actividad que te proponemos tiene la intención de que recuperes información que previamente ya aprendiste en bloques pasados y que trabajarás en este bloque.

ACTIVIDAD 1

SD6.1- B6

1. Encuentra el valor que va en el paréntesis, para que sea cierta la igualdad.

a) (-5)+( )= -12

b) (4) + ( ) = 18

c) (12)+( )=-16

d) (26)÷( )= -2

e) (-8)( )=56

f) (-36)-( )=4

g) ( )+(-24)=0

¿Sabías qué?

Diofanto de Alejandría, introdujo un simbolismo algebraico muy elemental, al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos. Los problemas de álgebra que propuso, prepararon el terreno para lo que siglos más tarde sería **"la teoría de ecuaciones"**.

2. Realiza las siguientes operaciones, reduciendo términos semejantes.

a) $5x^3-16x^2+8x-8x^3+10x^2-10x+5=$

b) $3\left(\frac{5}{4}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{5}{12}\right)=$

c) $-2x^2\,(x^3+3x^4-3x^5)=$

d) $(2x-3)(3x+4)=$

e) $(5x^2-3)(5x^2+3)=$

3. Del problema que se presenta a continuación, completa la siguiente tabla de acuerdo a lo que se te solicita y responde a las siguientes preguntas.

"La suma de la edad actual de Mónica y la edad que tenía hace 10 años es de 36 años. ¿Qué edad tendrá Mónica dentro de 5 años?"

A) En la siguiente tabla propón edades para Mónica de acuerdo a lo que se indica en ella.

Edad actual de Mónica	Edad que tenía Mónica hace 10 años	Suma de las edades	Edad que tendrá Mónica dentro de 5 años

B) Generalizando el problema, nombra con una letra la edad de Mónica, y encuentra una expresión algebraica para las edades restantes que aparecen en la tabla.

C) Usando las expresiones del inciso B, escribe la ecuación que modela la edad que Mónica tendrá dentro de 5 años.

D) Resuelve la ecuación y responde a la pregunta del problema arriba.

Participa en la plenaria de resultados para tu autoevaluación de la actividad y proporciona a tu profesor el libro para su revisión.

DESARROLL

ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA.

En este bloque pondrás en práctica los conocimientos aprendidos con anterioridad. El lenguaje algebraico, las propiedades de la igualdad, leyes de los signos en el producto y en la suma, las operaciones con números enteros y racionales, producto notable, etc. Te servirán como base para lograr los nuevos aprendizajes.

Mediante la resolución de una serie de ejercicios y problemas, aprenderás a plantear y resolver situaciones donde se aplican las ecuaciones lineales o de primer grado con una incógnita.

Saber más...

El epitafio en la tumba de Diofanto es un epigrama algebraico que constituye una ecuación lineal.

¡Caminante!

"Aquí yacen los restos de Diofanto, los números pueden mostrar, ¡oh, maravilla! La duración de su vida. Cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia. Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba. A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril. Pasó un quinquenio y entonces le hizo dichoso el nacimiento de su primogénito. Este entregó su existencia a la tierra habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir. Diofanto descendió a la sepultura habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo.

Dime, caminante, cuántos años vivió Diofanto hasta que llegó la muerte".

ACTIVIDAD 2

SD6.1- B6

Reúnete con dos de tus compañeros, analicen la siguiente situación: "Ahora es Anahí la madre de Mónica", completen la tabla de acuerdo a lo que se solicita y contesten las preguntas.

"La mitad de la edad de Anahí -la madre de Mónica- hace 27 años, equivale a la cuarta parte de la edad que tendrá dentro de 5 años. ¿Qué edad tiene actualmente la madre de Mónica?"

A) En la siguiente tabla propón edades para Anahí –la madre de Mónica- de acuerdo a lo que se indica en ella.

Edad actual de Anahí.	Edad de Anahí hace 27 años.	Mitad de la edad de Anahí hace 27 años.	Edad de Anahí dentro de 5 años.	Cuarta parte de la edad que tendrá Anahí dentro de 5 años.

B) Generalizando el problema, nombra con una letra la edad de Anahí, y encuentra una expresión algebraica para las edades restantes que aparecen en la tabla.

C) ¿Usando las expresiones del inciso B, escribe la ecuación que modela la edad que Anahí, la madre Mónica, tiene actualmente?

D) Resuelve la ecuación y responde a la pregunta del problema arriba.

Como te habrás dado cuenta, en la actividad anterior tuviste que considerar una letra (literal) para denotar una cantidad desconocida mezclada con cantidades conocidas así como operaciones que la relacionan, dando como resultado lo que se conoce como ecuación lineal.

Precisamente, una ***ecuación*** es una igualdad que une dos expresiones numéricas o literales, así como operaciones que la relacionan; la cual es cierta para uno o más valores determinados de la literal o literales desconocidas a las cuales llamamos incógnitas.

Por ejemplo:

$$5x-8=7$$

Las ecuaciones se encuentran formadas por dos partes fundamentales, que reciben su nombre de acuerdo con la posición que ocupan en la ecuación. A los términos que se encuentran del lado izquierdo del signo igual, se les conoce como ***primer miembro*** y los que estén del lado derecho ***segundo miembro.***

$$\underbrace{5x-8}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{7}_{\text{Segundo miembro}}$$

El grado de una ecuación lo determina el exponente más grande de la incógnita. Las ecuaciones se pueden clasificar de acuerdo a su grado como sigue:

$5x-8=7$	ecuación lineal o de primer grado.
$3x^2-4x+2=0$	ecuación cuadrática o de segundo grado.
$x^3-3x^2+6x+8=0$	ecuación cúbica o de tercer grado.
$x^4-1=0$	ecuación cuártica o de cuarto grado.
⋮	... y así sucesivamente.

¿Sabías qué?

Las ecuaciones lineales son muy utilizadas en nuestro entorno, se utilizan desde una simple adivinanza hasta en situaciones tan cotidianas como el ingreso en las ventas de un producto que depende del costo por pieza y los insumos, o el costo de agua que una familia tiene que pagar por cada metro cúbico consumido, o el gasolinazo en México efectivo hasta el año 2015, que iba aumentando cierto porcentaje de manera proporcional mes con mes.

A través del tiempo...

Los árabes utilizaban el símbolo shay que significa "cosa", al traducir esta palabra se escribió como ***xay***. Así poco a poco y para abreviar, esta palabra se fue reemplazando por su primera letra, la inicial ***x***. Así se convirtió en el símbolo universal de la incógnita en todas las ecuaciones.

Recordarás que en la primaria era muy común que se te preguntara por un número que sumado con algún otro, resultara cierta cantidad, así como lo has hecho ya en la actividad de inicio de la secuencia. Pues bien, precisamente lo que has resuelto al encontrar dicho número no es otra cosa más que una ecuación lineal con una incógnita.

Iniciemos con un ejercicio muy simple, partiendo de la siguiente ecuación:

$$x+6=13$$

Y la incógnita a descubrir es un número x que sumado a 6 da como resultado 13. Antes en lugar de la x, se te ponía un cuadro, raya o paréntesis; donde tenías que escribir el número, con el uso del álgebra ese espacio se convierte en x, que representa al número en cuestión que cumple con las condiciones descritas. Sin dificultad, la solución que hace válida la ecuación es 7, es decir, $x=7$.

Una manera de comprobar que la solución es cierta es sustituir el valor encontrado en la ecuación y verificar si se cumple la igualdad.

$$(7)+6=13$$

$$13=13$$

Saber más...

Si a, b y c son números reales, entonces:
Propiedad de la suma/resta: Si a=b entonces $a \pm c = b \pm c$. Podemos sumar o restar el mismo número a los miembros de una igualdad y esta no se altera.
Desde el punto de vista formal esta propiedad recibe el nombre de **propiedad aditiva de la igualdad.**

¿Crees que exista otro número además de 7 que satisfaga la ecuación anterior?

Las igualdades tienen y cumplen con una serie de propiedades, que nos permiten tratarlas de manera formal al momento de resolver una ecuación de cualquier tipo, las que ahora nos interesan son las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Resolver una ecuación, quiere decir; ***despejar*** la incógnita, dejando la literal con coeficiente 1 en uno de los miembros de la igualdad y los valores constantes en el otro.

Glosario

Se entiende como despejar a dejar sola la incógnita o literal con coeficiente 1 en uno de los miembos de la igualdad de una ecuación.

ACTIVIDAD 3

SD6.1- B6

Las siguientes ecuaciones representan una relación entre cantidades, observa y completa lo siguiente:

Situación	Ecuación	Grado	Nombre
El volumen de un prisma rectangular.	$x^3+2x-9=0$		
El costo de un producto.	$y=3000+20x$		
La cantidad total de alimentos de tres tipos.	$x+9y+9z=80$	1	Ecuación de primer grado con tres incógnitas.
El área de un terreno cuadrangular.	$x^2=49$		
El costo de la electricidad por Kilowatts.	$C(x)=.7x+10.5$		
Ingresos en la venta de ciertos productos.	$I=100x-.2y+5$		
Costo de un viaje en taxi por km recorrido.	$y=4.28x+8.74$		

Ejemplos:

1. Resuelve la ecuación $x-8=12$.

Verbalmente la ecuación representa un número que disminuido en 8 resulta 12. Sin pérdida de generalidad, sabes que ese número es 20. La manera formal de resolver la ecuación anterior es haciendo uso de las propiedades de la igualdad de la siguiente manera:

Afirmaciones	Razones
$x-8=12$	Hipótesis.
$x-8+8=12+8$	Propiedad de la suma de la igualdad.
$x=20$	Simplificación de ambos miembros de la igualdad.

Como quedó establecido con anterioridad, el objetivo de resolver una ecuación lineal con una incógnita, es despejar la incógnita. Para lograrlo, el término que no contiene a **x** en el primer miembro de la igualdad -8, se tiene que cambiar de lugar y mandar al segundo miembro de la igualdad, ya que es ahí donde está otro término semejante a él. Para ello, se suma en ambos miembros de la igualdad (tal como lo dice la propiedad de la suma de la igualdad) el opuesto al número definido en la ecuación, que es +8. Observa que se sumó la misma cantidad a ambos lados de la igualdad para que esta no se altere, ya que si únicamente lo haces a un lado de la igualdad, esta se convierte en desigualdad. Imagínate la situación de la igualdad como una balanza en equilibrio, de tal manera que si tú agregas cosas a un platillo es lógico que la balanza se incline hacia ese lado, pero si agregas lo mismo a ambos platillos, la balanza sigue estando en equilibrio. ¿Estás de acuerdo con ello?

Por último, la simplificación consiste en sumar las cantidades semejantes a ambos lados de la igualdad, es decir, **-8+8=0** y **12+8=20**, de tal manera que el resultado es: **x=20** lo que satisface la ecuación como ya lo habíamos advertido desde un principio. Para comprobar el resultado lo sustituimos como se muestra en la siguiente ecuación:

$$(20)-8=12$$
$$12=12$$

¿Crees que exista otro número además de 20 que satisfaga la ecuación? Reflexiona tu respuesta.

2. Resuelve la ecuación $3x+5=12$.

Verbalmente, la ecuación representa el triple de un número aumentado en 5 es 12. La respuesta aquí ya no es inmediata como en los casos anteriores. Continuando con la resolución formal de una ecuación de primer grado con una incógnita, se sigue:

Afirmaciones	Razones
$3x+5=12$	Hipótesis.
$3x+5-5=12-5$	Propiedad de la resta de la igualdad.
$3x=7$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$\frac{3x}{3}=\frac{7}{3}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=\frac{7}{3}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

Observa que la variable x tiene ahora un coeficiente diferente de 1, específicamente el triple de un número, es decir, 3. Procedemos como el caso anterior para resolver la ecuación, en el cuarto renglón para lograr que la x tenga un coeficiente igual a 1, se tuvo que dividir a ambos lados de la igualdad entre 3. Llevando a cabo la división en ambos lados de la igualdad:

$x = \frac{7}{3}$ resultó ser una fracción, razón por la cual no fue tan inmediato obtener la solución desde un principio.

Para comprobar lo obtenido, sustituimos en la ecuación dicho resultado:

$$3\left(\frac{7}{3}\right) + 5 = 12$$

$$\frac{21}{3} + 5 = 12$$

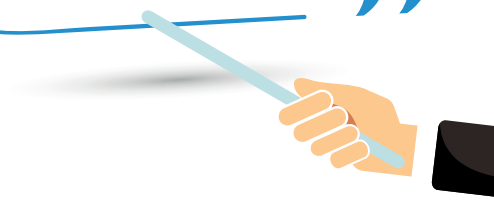
$$7 + 5 = 12$$

$$12 = 12$$

Saber más...

Si a, b y c son números reales, entonces: Propiedad de la multiplicación/división: Si $a=b$ entonces $ac = bc$ / $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$. Podemos multiplicar o dividir el mismo número a los miembros de una igualdad y ésta no se altera.

Desde el punto de vista formal esta propiedad recibe el nombre **de propiedad multiplicativa de la igualdad.**



¿Habrá otro número además de 7/3 que satisfaga la ecuación lineal o de primer grado con una incógnita? Ahora es momento de relacionar el grado de la ecuación con la cantidad de respuestas que se han estado obteniendo en cada caso. ¿Qué deduces al respecto? Escribe en el siguiente espacio tu deducción:

_____

_____

_____

_____

3. Resuelve la ecuación $4x-8=12x+7$.

Verbalmente la ecuación de primer grado con una incógnita representa el cuádruple de un número disminuido en 8, equivale a 12 veces el mismo número aumentado en 7.

Como te das cuenta, no es tan fácil determinar de manera inmediata cuál es ese número en cuestión. Resolviendo de manera formal la ecuación se obtiene:

Afirmaciones	Razones
$4x-8=12x+7$	Hipótesis.
$4x-8+8=12x+7+8$	Propiedad de la suma de la igualdad.
$4x=12x+15$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$4x-12x=12x-12x+15$	Propiedad de la resta de la igualdad.
$-8x=15$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$\frac{-8x}{-8}=\frac{15}{-8}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=-\frac{15}{8}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

Esta ecuación difiere de las anteriores porque aparece la incógnita x en ambos lados de la igualdad. La intención es hacer que los términos que son semejantes queden de un mismo lado, es decir, los números de un lado de la igualdad, los términos con x del otro; de esta manera se ha aplicado la propiedad de la suma y luego de la resta a la igualdad para lograr tal fin. No importa hacia dónde concentres dichos términos semejantes, es decir, los términos con x pueden quedar en el primer miembro de la igualdad o en el segundo, las propiedades de la igualdad la mantienen en perfecto equilibrio sin importar dicha decisión.

4. Resuelve la ecuación $2(3x-4)-5(x+1)=6x-(1-2x)+4$.

Verbalmente la ecuación representa el doble de la diferencia del triple de un número y 4, disminuido en el quíntuple de la suma del mismo número y 1. Equivale al séxtuple del mismo número disminuido en la diferencia de 1 y el doble del mismo número, aumentado en 4.

Observa que ahora la ecuación es compleja porque se tienen que suprimir los paréntesis. Para ello tienes que usar las reglas de jerarquización que aprendiste en el Bloque 1. Aun así la ecuación sigue siendo lineal o de primer grado con una incógnita, que a pesar de que x aparece en repetidas ocasiones, es la misma literal. Por lo que esperamos entonces encontrar una y sólo una respuesta que satisfaga dicha ecuación.

Resolviendo de manera formal con las propiedades de la igualdad tenemos:

Afirmaciones	Razones
$2(3x-4)-5(x+1)=6x-(1-2x)+4$	Hipótesis.
$6x-8-5x-5=6x-1+2x+4$	Propiedad distributiva.
$x-13=8x+3$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.

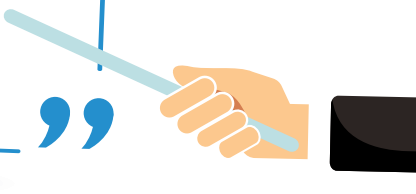
$x-13+13=8x+3+13$	Propiedad de la suma de la igualdad.
$x=8x+16$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$x-8x=8x-8x+16$	Propiedad de la resta de la igualdad.
$-7x=16$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$\frac{-7x}{-7}=\frac{16}{-7}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=-\frac{16}{7}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

Saber más...

Para suprimir un paréntesis (o cualquier signo de agrupación), se aplica la propiedad distributiva de la suma o resta.

$a(b+c-d)=ab+ac-ad$

Por ejemplo: $-5(2x-4)=-10x+20$



5. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{3x+6}{7}=\frac{1-x}{5}$$

Verbalmente, la ecuación anterior representa la séptima parte de la suma del triple de un número, y 6, equivale a la quinta parte de la diferencia de 1 y el mismo número. Ahora la ecuación presenta fracciones, observa que el denominador de cada una de ellas divide a todos los elementos de cada miembro de la igualdad, es decir, tenemos una proporción o igualdad de razones que ya viste en el Bloque 2. Por este motivo realizaremos producto cruzado para eliminar la fracción. Cabe mencionar que el producto cruzado no se podría hacer si los denominadores no abarcan en su totalidad a todos los elementos del numerador.

Afirmaciones	Razones
$\frac{3x+6}{7}=\frac{1-x}{5}$	Hipótesis.
$5(3x+6)=7(1-x)$	Producto cruzado.
$15x+30=7-7x$	Propiedad distributiva.
$15x+30-30=7-7x-30$	Propiedad de la resta de la igualdad.
$15x=-23-7x$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$15x+7x=-23-7x+7x$	Propiedad de la suma de la igualdad.

$22x=-23$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$\frac{22x}{22}=\frac{-23}{22}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=\frac{-23}{22}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

6. Resuelve la ecuación $\frac{2}{5}x-2=\frac{4}{3}+\frac{3}{2}x$

Verbalmente la ecuación representa la diferencia de las dos quintas partes de un número y 2, equivale a la suma de cuatro tercios y tres medias partes del mismo número.

Como te darás cuenta a diferencia del ejemplo anterior la ecuación presenta denominadores que sólo dividen a un elemento de la ecuación y no a todos. Por lo que no es posible realizar producto cruzado, en su lugar tendremos que hacer común el denominador para todas las fracciones que aparecen mediante la obtención del mínimo común múltiplo (*m.c.m.*). Para luego multiplicar toda la ecuación por dicho número y eliminar así las fracciones de la ecuación.

Saber más...

La forma básica de una ecuación lineal es $ax=b$.
Recuerda que una ecuación lineal o de primer grado se denomina así porque el máximo exponente de su variable es 1.

El **m.c.d.** de varios números es el mayor número que divide a todos exactamente. Se obtiene descomponiendo los números en factores primos para luego multiplicar esos factores.

5	3	2	2
5	3	1	3
5	1	1	5
1	1	1	

$2\times3\times5=30$

Afirmaciones	Razones
$\frac{2}{5}x-2=\frac{4}{3}+\frac{3}{2}x$	Hipótesis.
$\left(\frac{2}{5}x-2=\frac{4}{3}+\frac{3}{2}x\right)30$	Multiplicamos por el m.c.m. toda la ecuación.
$\frac{60}{5}x-60=\frac{120}{3}+\frac{90}{2}x$	Propiedad distributiva.
$12x-60=40+45x$	Simplificación de las fracciones a ambos miembros de la igualdad.

$12x-60+60=40+45x+60$	Propiedad de la suma de la igualdad.
$12x=100+45x$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$12x-45x=100+45x-45x$	Propiedad de la resta de la igualdad.
$-33x=100$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.
$\frac{-33x}{-33}=\frac{100}{-33}$	Propiedad de la división de la igualdad.
$x=-\frac{100}{33}$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.

Como observaste a través de los ejemplos aquí realizados, para resolver una ecuación lineal o de primer grado con una incógnita; utilizando las propiedades de la igualdad, es importante concentrarse en que la literal o literales estén en uno de los miembros de la igualdad y los números en otro; además es necesario que cada paso se haga por separado para así poder argumentar cuál es la propiedad que lo justifica.

Es posible hacer el mismo procedimiento, es decir, determinar el valor de la literal o incógnita, ahorrando cierta cantidad de pasos. Para ello, buscaremos determinar qué operación realiza cada uno de los elementos que participan en la ecuación y en qué miembro de la igualdad se encuentran. Por ejemplo:

Afirmaciones	Razones	Forma sintetizada
$\frac{x-5}{6}-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{2}$	Hipótesis.	
$\left(\frac{x+5}{6}-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{2}\right)6$	Multiplicamos por el m.c.m. toda la ecuación.	$(x-5)-8=3(x-3)$
$\frac{6}{6}(x-5)-\frac{24}{3}=\frac{6}{2}(x-3)$	Propiedad distributiva.	
$(x-5)-8=3(x-3)$	Simplificación de las fracciones a ambos miembros de la igualdad.	
$x-5-8=3x-9$	Propiedad distributiva.	$x-5-8=3x-9$
$x-13=3x-9$	Simplificación del primer miembro de la igualdad.	$x-13=3x-9$
$x-13+13=3x-9+13$	Propiedad de la suma de la igualdad.	$x-3x=-9+13$
$x=3x+4$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.	$-2x=4$
$x-3x=3x-3x+4$	Propiedad de la resta de la igualdad.	

$-2x=4$	Simplificación a ambos miembros de la igualdad.	
$\frac{-2x}{-2} = \frac{4}{-2}$	Propiedad de la división de la igualdad.	$x = \frac{4}{-2}$
$x = -2$	Simplificación a ambos lados de la igualdad.	$x = -2$

Como podrás observar, la forma sintetizada obedece a un atajo usado a cada una de las propiedades de la igualdad utilizadas para la solución de la ecuación.

Usando TICS:

Para reforzar cualquiera de los temas desarrollados, revisa el siguiente sitio:

www.math2me.com

Deduciendo cada uno los atajos se tiene que los términos que están **sumando** de un miembro de la igualdad pasan del otro lado **restando** y viceversa.

Los términos que están **multiplicando** de un miembro de la igualdad pasan del otro lado **dividiendo**, conservando su signo y viceversa.

Si observas bien, en cada caso lo que se invierte es la operación aritmética no el signo, esto lo justifica plenamente las propiedades de la igualdad que ya hemos estado estudiando en cada uno de los ejemplos desarrollados.

ACTIVIDAD 4

SD6.1- B6

Coloca en el paréntesis la letra de la ecuación que corresponde a cada solución.

A) $4= \frac{-5x + 8}{2x - 6}$

B) $\frac{3}{2} = \frac{-7x + 9}{3x}$

C) $10x-4=12x+6$

D) $2x-8=5$

E) $\frac{1}{2} = \frac{3x}{5x - 8}$

( ) $x=-5$

( ) $x=3$

( ) $x = \frac{13}{2}$

( ) $x=-8$

( ) $x=6$

( ) $x = \frac{32}{13}$

( ) $x = \frac{18}{23}$

ACTIVIDAD 5

SD6.1- B6

La práctica hace al maestro

Resuelve las siguientes ecuaciones lineales con una incógnita:

a) $3-x=16$

b) $5x-8=12$

c) $3x-14=5x+6$

d) $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}=\frac{5}{6}x-\frac{3}{10}$

e) $6x-14-4x=12x+8-6x+10$

f) $5x+13=13$

g) $12x-2(4-x)+4-(1-x)=3(x+2)-4(x-2)+10$

h) $\frac{3}{4}x+3=\frac{5}{3}$

i) $\frac{x}{3}-2=\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}$

j) $\frac{3x-2}{6}=\frac{x+2}{4}$

k) $\frac{2x+1}{3}+\frac{4-x}{6}=3$

l) $6x-15=2x+8$

m) $-(x-4)+5(2x+1)=4(2x-2)+14$

n) $3x-4(5x-2)=12x-(5x-6)$

o) $\frac{5}{8}x-\frac{6}{7}=\frac{4}{3}-x$

p) $\frac{12x+28}{12}=\frac{4+2x}{25}$

q) $\frac{5}{2}\left(2-\frac{3}{4}x\right)-\frac{3}{2}=12x+\frac{8}{5}$

Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu nivel de conocimientos **EXCELENTE**, si fueron de 14 a 16 correctos, tu nivel se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 11 a 13 **BUENO**, de 8 a 10 **REGULAR** y menos de 8 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** C.G. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. C.D. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos. Estas competencias serán alcanzadas si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE**.	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Saber más...

El álgebra a diferencia del ensayo y error es una herramienta que te permite resolver un problema de manera formal.

ACTIVIDAD 6

SD6.1- B6

Realiza la siguiente ecuación:

$$6-4\{3(4-x)+2(3x-5)\}+2x=2-\frac{2}{3}(4x-1)$$

RESOLVIENDO PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ECUACIONES LINEALES.

Para resolver cualquier problema que se te plantea por medio de ecuaciones lineales debes seguir las siguientes indicaciones:

1. Lee el problema con mucha atención para que puedas plantearlo en lenguaje algebraico.
2. Identifica qué es lo que pide el problema y asígnale una literal, generalmente se usa x, pero puede ser cualquier letra relacionada con el contexto del problema.
3. Recopila todos los datos que el problema te proporciona para que puedas formular una ecuación que lo resuelva. Si necesitas hacer un esquema es válido a veces resulta de mucha utilidad.
4. El procedimiento puede establecerse en tres puntos básicos:
   e) Comprender el problema.
   f) Plantear el problema (a través de la ecuación algebraica).
   g) Resolver el problema.

Ejemplos:

1. David y su hija Camila tienen juntos 48 años. Camila es 28 años menor que su padre. ¿Cuáles son las edades de ambos?

   El padre de Camila es 28 años mayor que ella, así que si nombramos como **d** la edad de su padre David, entonces la edad de Camila se puede expresar como d-28 . De esta manera ya tenemos expresado algebraicamente las edades de ambos y en términos de la misma incógnita o literal. Y como las edades de ambos suman 48 años, entonces la ecuación que modela la situación del problema es:

   (edad del padre)+(edad de la hija)=48

   $$d + d - 28 = 48$$

   Resolviendo la ecuación anterior de manera sintetizada tenemos:

   $$2d - 28 = 48$$
   $$2d = 48 + 28$$
   $$2d = 76$$
   $$d = \frac{76}{2} = 38$$

   Por lo que la edad de David es 38 años, entonces Camila tiene 10 años. Para comprobar la respuesta es suficiente sustituir en la ecuación y verificar si se cumplen las condiciones del problema:
   2(38)-28=48
   76-28=48
   48=48

2. Gerardo hizo un viaje en coche, el cual consumió 20 lts. de gasolina. El trayecto lo realizó en dos etapas. En la primera parte del viaje consumió $^{2}/_{3}$ partes de la gasolina que tenía el tanque; en la segunda etapa, la mitad de lo que le quedaba.
   a) ¿Cuántos litros de gasolina tenía el tanque?
   b) ¿Cuántos litros de gasolina gastó en cada etapa del viaje?

   Para dar respuesta al inciso (a), consideremos como x precisamente lo que no sabemos y queremos conocer.

   x: litros de gasolina que tenía el tanque.

   Leyendo nuevamente el problema se tiene que en la primera etapa del viaje el coche de Gerardo consumió dos terceras partes de gasolina que había en el tanque, es decir, $\frac{2}{3}x$, así que lo que queda en el tanque es:

$$x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$$

   En la segunda etapa del viaje, se gastó la mitad de lo que le quedaba en el tanque, es decir:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{6}x$$

   Ya que en el viaje consumió **20 *l*** de gasolina, entonces la ecuación que modela la situación del problema es:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}x = 20$$

   Resolviendo se obtiene:

$$\frac{5}{6}x = 20$$

$$5x = 6(20)$$

$$5x = 120$$

$$x = \frac{120}{5} = 24$$

Por lo que en el tanque había **24 *l*** de gasolina. Con esto se responde el inciso (a) del problema.
Para dar respuesta al inciso (b), es suficiente sustituir el valor encontrado en las expresiones algebraicas que determinan lo que se ha consumido en cada una de las etapas. Así, para la primera etapa se consumió:

$$\frac{2}{3}x = \frac{2}{3}(24)\frac{48}{3} = 16l$$

Para la segunda etapa se consumieron:

$$\frac{1}{6}x = \frac{1}{6}(24)\frac{24}{6} = 4l$$

Una manera de corroborar las respuestas obtenidas es sustituir los resultados en la ecuación y comprobar la igualdad:

$$\frac{2}{3}(24)+\frac{1}{6}(24)=20$$

$$16+4= 20$$

$$20= 20$$

ACTIVIDAD 7

SD6.1- B6

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Para realizar esta actividad vas a necesitar 4 hojas de cuadrícula preferentemente chica, lápiz, colores, una regla, 40 cm de alambre conocido como limpia pipa y un transportador. Anexa a esta actividad la lista de cotejo que aparece debajo de la misma.

Dibuja un rectángulo cuya base tenga 10 cm más que la altura y de tal manera que en su perímetro puedas pegar los 40 cm de alambre.

a) ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo para que cumpla con las características?

b) Describe lo que hiciste para llegar al resultado.

c) Sin borrar lo que hayas descrito en el inciso anterior, compara tus observaciones con algunos de tus compañeros y lleguen a una conclusión. (Escribe las conclusiones a las que hayan llegado).

d) Sobre una hoja nueva (una para cada figura), traza las figuras geométricas que se solicitan a continuación. Es necesario plantear sobre cada una de ellas, expresiones algebraicas que utilicen ecuaciones lineales que representen lo que se indica en la descripción de las figuras a elaborar.

Figuras a realizar:

- La suma de los tres ángulos internos de un triángulo isósceles cuyo ángulo diferente sea de 40° menor que cualquiera de los dos ángulos congruentes.
- La suma de los tres ángulos internos de un triángulo rectángulo en el que el valor de uno de sus ángulos agudos sea igual al doble del otro.
- El perímetro de un rectángulo cuya diagonal tenga cuatro unidades más que la altura y una altura que tenga dos unidades más que la base.

Saber más...

Estadística en corto.
La suma de los ángulos internos de todo triángulo es 180°.

Instrumento de evaluación

Nombre del alumno:_____ Grupo/turno:_____

Actividad:_____

Asignatura:_____ Parcial:_____ Bloque:_____

Fecha de entrega:_____ Puntaje alcanzado: ☐

	Señala con una palomita el rubro que lograste realizar.
	Estructura.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa anexa a la actividad.
	2. La lista de cotejo presenta los datos de identificación del elaborador.
	Estructura interna (Selecciona una de las 3 opciones 3, 4 o 5).
	3. Tiene el 100% de los cuestionamientos solicitados en la actividad.
	4. Tiene del 70 al 90% de los cuestionamientos solicitados en la actividad.
	5. Tiene el 50% de los cuestionamientos solicitados en la actividad.
	6. Cada cuestionamiento cuenta con los argumentos lógicos y coherentes que llevan a la respuesta del problema o ejercicio.
	Contenido.
	7. El alumno utiliza herramienta algebraica para dar con la respuesta del problema.
	Aportaciones propias.
	8. Realiza la comprobación de su respuesta.

CIERRE

Logros

EVALUACIÓN SUMATIVA.

ACTIVIDAD 8

SD6.1- B6

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Resuelve en hojas blancas los siguientes problemas:

1. Un padre y su hijo tienen juntos 52 años. El hijo es 26 años más chico que el papá. **¿Cuáles son las edades de ambos?**
2. Lena sale a las 7 a.m. rumbo a su escuela a una velocidad de 40 km/h; una hora más tarde su hermana Betty sale en la misma dirección y se desplaza a una velocidad constante de 60 km/h. **¿A qué distancia en kilómetros alcanza Betty a Lena?, ¿a qué hora se encuentran?**
3. Sergio que es comerciante, mezcla una cierta cantidad de café cuyo precio es de $72.40 por kg, con 60 kilogramos de otro café cuyo precio es de $112.80 el kg, para obtener una mezcla que pueda vender a $78.90 el kg, **¿cuántos kilogramos de $72.40 deben emplearse en la mezcla?**
4. Tres hermanos se reparten $96 de la siguiente manera: El mediano recibe $12 menos que el mayor, el pequeño recibe la tercera parte que el mediano. **¿Cuánto recibe cada uno?**
5. Hugo, Paco y Luis comparten un terreno de 1638 hectáreas, Paco tiene el doble de terreno que Luis y Hugo el triple que Paco. **¿Qué superficie de terreno tiene cada uno?**
6. En una carrera pedestre los competidores han recorrido la tercera parte del camino y aún quedan 2 km para llegar a la mitad. **¿Qué longitud tiene el camino?**
7. La suma de tres números consecutivos excede en 10 unidades al doble del mayor de los tres. **¿Cuáles son esos números?**
8. La maestra de Edgar le dio un rectángulo de cartulina cuyo perímetro es 38 cm para que determine sus dimensiones sin usar ningún instrumento de medición. La única información que la maestra le proporcionó fue que la base del rectángulo es 3 cm más larga que su altura. **¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?**
9. Hace 15 años la edad de Luisa era 2/5 de la edad que tendrá dentro de 15 años. **¿Qué edad tiene ahora?**
10. Pepe tiene 5 años más que Antonio y éste 7 años más que Ángela. Entre los tres suman 103 años. **¿Qué edad tiene Pepe?**
11. Si pagué en una tienda $204 por un pantalón y me hicieron un descuento del 25%, **¿cuál era el precio original del pantalón?**
12. Un campesino utilizó 100 m de malla para cercar un terreno que tiene forma rectangular. Si el largo es el triple que el ancho del terreno, **¿cuáles son sus dimensiones?**
13. El cociente de la suma de dos números consecutivos impares y dividido entre 3 da 12, **¿cuáles son esos números?**
14. Regina, Gisela y Salvador; al juntar sus ahorros descubren que tienen $260. Si Gisela tiene $20 más que Regina, y Salvador tiene el doble que Gisela, **¿qué cantidad de dinero tiene cada uno?**
15. En un triángulo, el mayor de los ángulos mide tres veces que el ángulo menor, el ángulo de en medio mide el doble del ángulo menor, **¿cuánto mide cada uno de los ángulos?**

ACTIVIDAD 9

SD6.1- B6

Escribe la diferencia entre los siguientes enunciados:

La diferencia de dos números al cuadrado:

La diferencia del cuadrado de dos números:

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que consideres describe tu desempeño.

Competencia genérica		
5.4		No construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
		Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
		Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1		No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
		Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

Secuencia didáctica 6.2

Relación entre **ecuaciones** y **funciones lineales.**

De entrada

Al término de esta secuencia podrás realizar actividades en las que determinarás el comportamiento de una gráfica de una función lineal en relación con sus parámetros m y b. Además de que transitarás de ecuaciones lineales a funciones y viceversa.

Además recuperarás las siguientes competencias genéricas a través de sus atributos:

- **Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.**
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal elaborarás una gráfica que permite calcular el área de un triángulo.

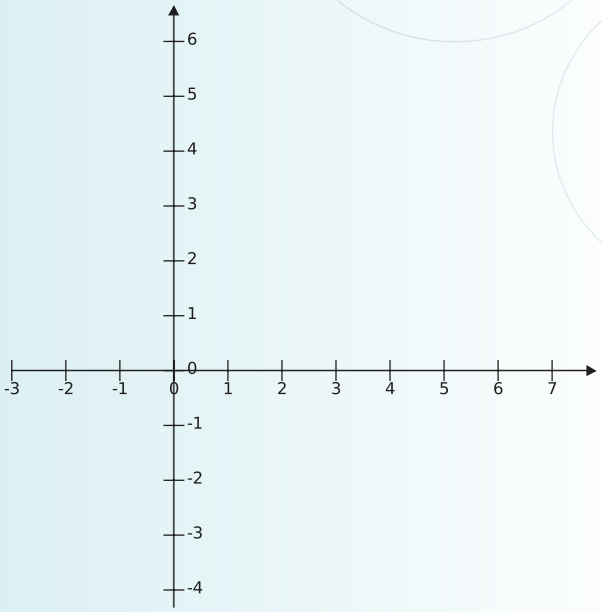
INICIO

En la siguiente actividad que se propone tiene la intención de que recuperes información que previamente aprendiste y que trabajarás en este bloque.

ACTIVIDAD 1

SD6.2- B6

1. Grafica la siguiente ecuación lineal $y = -2x + 3$ utilizando los valores presentados en la tabla. Complétala sustituyendo el valor de x en la ecuación.



x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

2. Utilizando el software Math lab en tu celular, verifica la forma de la gráfica que te arroja al introducir la ecuación. ¿Coincide la forma que toma tu gráfica con la que el software presenta? (En caso de no ser así, argumenta las diferencias).

3. Para detectar el error que se cometió en caso de no coincidir, solicita en el software trabajar con la tabla de valores que usó, y coteja tus resultados con los del software y detecta el error.

4. Corrige la tabla y grafica de manera correcta.

5. ¿Qué forma tiene la gráfica de la ecuación?

6. ¿En qué punto la gráfica corta al eje y?

7. ¿En qué punto la gráfica corta al eje x? Describe qué hiciste para determinar dicho valor.

8. Usando el software cambia el signo al coeficiente de x y describe qué pasa con la gráfica.

9. Ahora cambia el valor del coeficiente 2 por el valor que desees y describe qué pasa con la gráfica.

10. Por último cambia el valor de 3 por cualquiera que desees y describe qué pasa con la gráfica.

Instrumento de evaluación

Atiende a la plenaria de resultados que tu profesor llevará a cabo en el aula para tu autoevaluación. Corrige los errores señalados y presenta el libro al profesor para su revisión.

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu nivel de conocimientos **EXCELENTE**, si fueron 9 correctos, tu nivel se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 8 correctos, tu nivel es **BUENO**, de 6 a 7, **REGULAR** y menos de 5 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE** te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho y, obviamente, que corrijas aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** O **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o tus compañeros para que le solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

DESARROLLO

RELACIÓN DE LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS CON LA FUNCIÓN LINEAL.

Aquí estudiarás la forma en que una ecuación de primer grado con dos incógnitas puede relacionarse con la función lineal, para ello se realizarán una serie de actividades que te ayudarán a lograr la comprensión del tema, al resolver una ecuación con estas características a través de su gráfica.

ACTIVIDAD 2

SD6.2- B6

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

En una hoja blanca realiza la siguiente actividad y responde las preguntas.
Supongamos que un automóvil tiene un movimiento rectilíneo uniforme, y después de hacer varias mediciones se obtiene la siguiente tabla:

Tiempo (seg)	Distancia (m)
1	2
2	4
3	6
4	8

1. Escribe los valores de la tabla como parejas ordenadas en un plano.
2. Realiza la gráfica de dichos puntos en el plano, considerando en el eje horizontal al tiempo y en el vertical la distancia.
3. Determina la distancia recorrida en 5 y 6 segundos.
4. ¿Qué representa la inclinación de la recta?
5. Determina la expresión algebraica que describe el movimiento del automóvil.
6. Usando el Math lab corrobora si la gráfica de la expresión usada coincide con la que graficaste en tu(s) hoja(s).

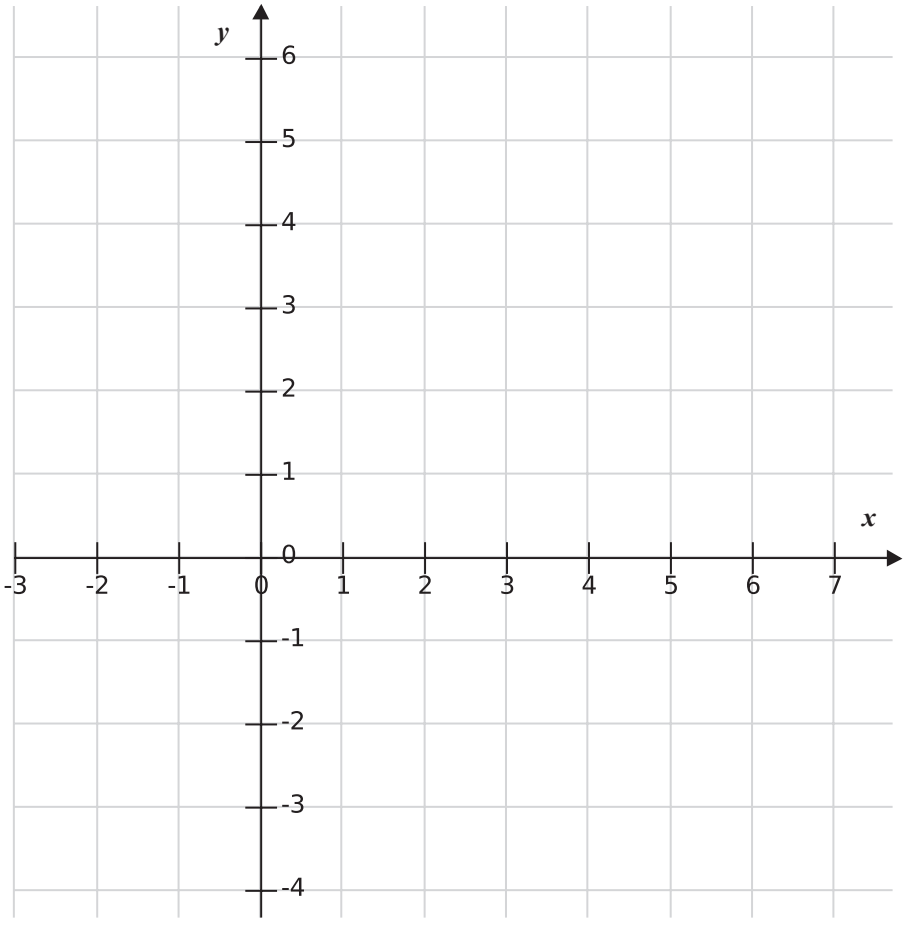
Cuando tienes que localizar algún lugar, determinas un punto de referencia para indicar si estás cerca o lejos, al norte o al sur, a la izquierda (oeste) a la derecha (este).

En matemáticas se usa un plano llamado plano cartesiano, (su nombre es en honor a René Descartes su creador) para la localización de puntos; el cual se conforma de dos rectas perpendiculares que se cruzan en un punto llamado origen.

Usando TICS:

Usando el software de tu preferencia realiza una línea del tiempo de René Descartes.

A la recta horizontal se le conoce como eje x, también nombrado eje de las abscisas, los valores positivos de este eje se encuentran a la derecha del origen y los negativos a la izquierda. Al eje vertical se le conoce como eje y, también nombrado eje de las ordenadas, los valores positivos de este eje se encuentran arriba del origen, mientras que los valores negativos están hacia abajo del origen.



Para localizar un punto en el plano cartesiano se utilizan un par de puntos que llamaremos coordenadas, las cuales están asignadas en un par ordenado $P(x, y)$, la letra mayúscula P refiere al nombre del punto, el par se dice ordenado porque siempre se escribe primero el valor de la abscisa x seguido del valor de la ordenada y.

Localicemos entonces algunos puntos dentro del plano cartesiano.

Ejemplo:
Localiza los siguientes puntos en el plano cartesiano.

a) $P(3,2)$

b) $Q(-2,5)$

c) $R(0,-3)$

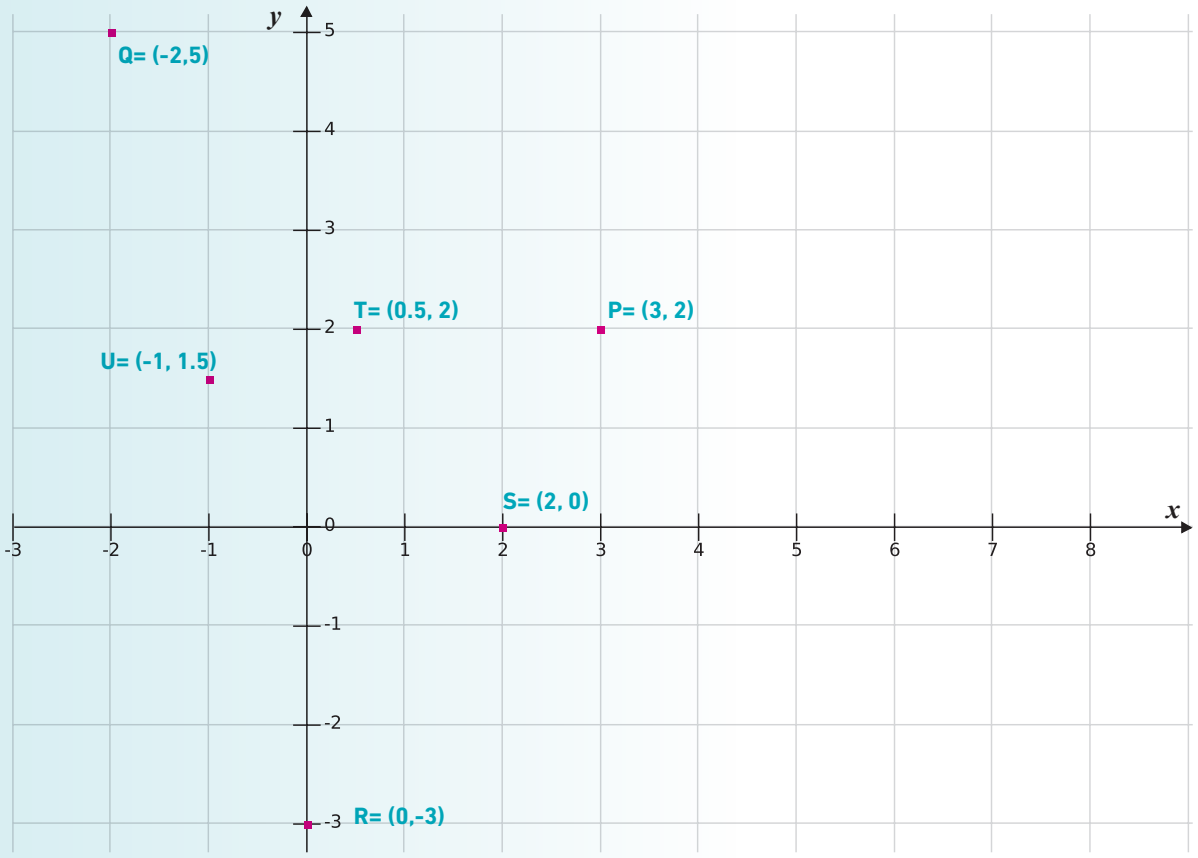
d) $S(2,0)$

e) $T\left(\frac{1}{2},2\right)$

f) $U\left(-1,\frac{3}{2}\right)$

Saber más...

Las coordenadas de un plano cartesiano te permiten trazar la trayectoria que existe desde tu ubicación hasta cierto lugar, o para el cálculo de las rutas de navegación.



ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

Las ecuaciones lineales con las que has estado trabajando hasta ahorita son de una incógnita, pero también las hay de dos, tres, cuatro o más incógnitas.

Piensa en dos números que sumados te resulte 8. Algebraicamente la ecuación que modela este enunciado es:

$$x + y = 8$$

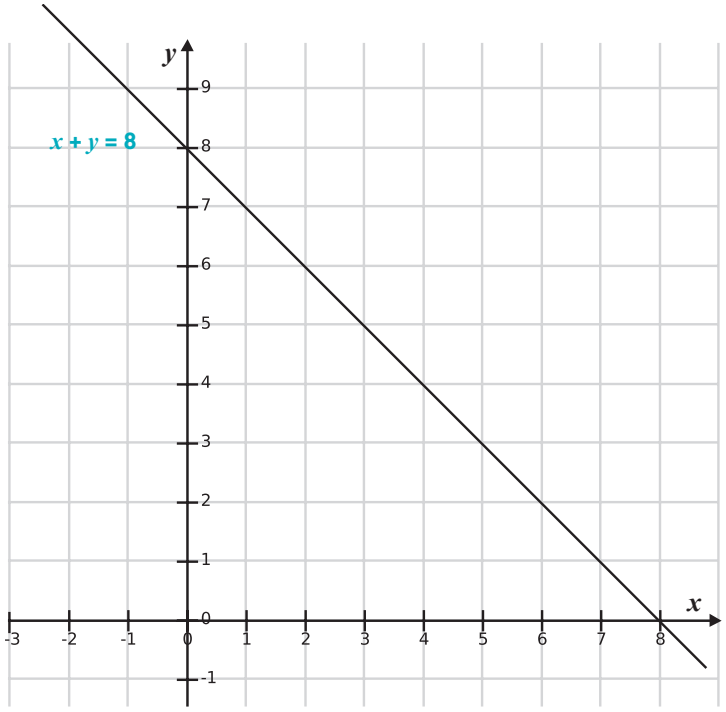
Algunos pares de números que cumplen con la igualdad anterior son:

$$x = 3,\ y = 5;$$
$$x = 1,\ y = 7;$$
$$x = -3,\ y = 11;$$
$$x = 0,\ y = 8;$$

¿Cuántos valores posibles de x y y harán que se cumpla la ecuación?

Podemos decir que existen una infinidad de parejas de números (x, y) que cumplen con la ecuación anterior. De tal manera que por cada valor que se le asigne a una de las incógnitas, el valor de la otra puede obtenerse por medio de despeje.

Las parejas de números son puntos que podemos representar en el plano cartesiano y nos quedaría de la siguiente manera:



Como te podrás haber dado cuenta, la gráfica resultante es una línea recta, ¿ahora entiendes por qué a las ecuaciones de primer grado (llamadas así porque tanto el exponente de x como el de **y** es **1** para este caso) reciben el nombre de lineales? Habrás notado también que ahora se están usando dos incógnitas en vez de una, a la ecuación anterior se le conoce como ecuación lineal con dos incógnitas. Y su gráfica corresponde a una recta, aquellas parejas de números (x, y) que sumados **no** den 8, son puntos del plano cartesiano que no están sobre la recta. Solamente aquellas parejas de números que sumados den 8 están sobre la línea recta de la gráfica anterior. Inmediatamente te puedes percatar que la cantidad de puntos del plano que satisfacen la ecuación, es decir, los puntos que están sobre la recta son una infinidad puesto que la recta es infinita.

ACTIVIDAD 3

SD6.2- B6

Para llevar a cabo esta actividad necesitarás hojas cuadriculadas, lápiz y regla.

La diferencia de dos números es 12.

a) Escribe la expresión algebraica del enunciado anterior: _____

b) Completa la siguiente tabla de tal forma que la diferencia entre los valores de **x** y **y** sea siempre 12. Y realiza la gráfica con los puntos (x,y) encontrados.

x	y
0	
1	
2	
3	
4	
5	

c) Describe la gráfica.

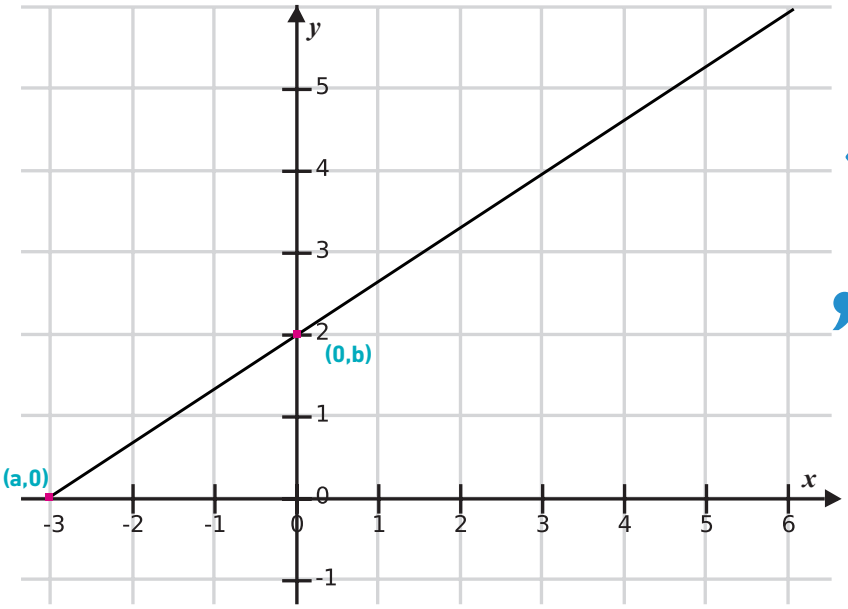
d) ¿Qué sucede si graficas el punto (1,8)?

e) Explica qué pasó.

GRÁFICA DE UNA LÍNEA RECTA UTILIZANDO LOS PUNTOS DONDE LA RECTA CORTA A LOS EJES CARTESIANOS.

A la menor cantidad de puntos que se requieren para trazar una recta, son dos. Así que no es necesario hacer la tabulación de tantos números que anteriormente hacíamos.

Para hacerlo más sencillo, encontraremos aquellos dos puntos de la recta que están ubicados sobre los ejes cartesianos, es decir, encontraremos los puntos de intersección de la recta con los ejes x y y. Al punto $(a,0)$ donde la recta corta al eje x se le conoce como *abscisa al origen*, y al punto $(0,b)$ donde la recta corta al eje y se le conoce como *ordenada al origen*, como se observa en la figura.



Saber más...

A la solución de una ecuación se le llama raíz o solución. Éstas consisten en localizar el punto o puntos donde la gráfica corta al eje x de un plano cartesiano. Para una ecuación lineal ésta sólo corta una vez al eje x.

Estos puntos se obtienen sustituyendo en la ecuación de la recta el valor $x=0$ para obtener $(0,b)$, luego $y=0$ para obtener $(a,0)$.

Ejemplo:

Realiza la gráfica de la ecuación $2x-3y+6=0$.
Sustituimos $x=0$ en la ecuación y resolvemos despejando y

$$2(0)-3y+6=0$$

$$0-3y+6=0$$

$$-3y=-6$$

$$y=\frac{-6}{-3}=2$$

Por lo que la recta corta al eje y en el punto **(0,2)**.
Sustituimos y**=0** en la ecuación y resolvemos despejando x.

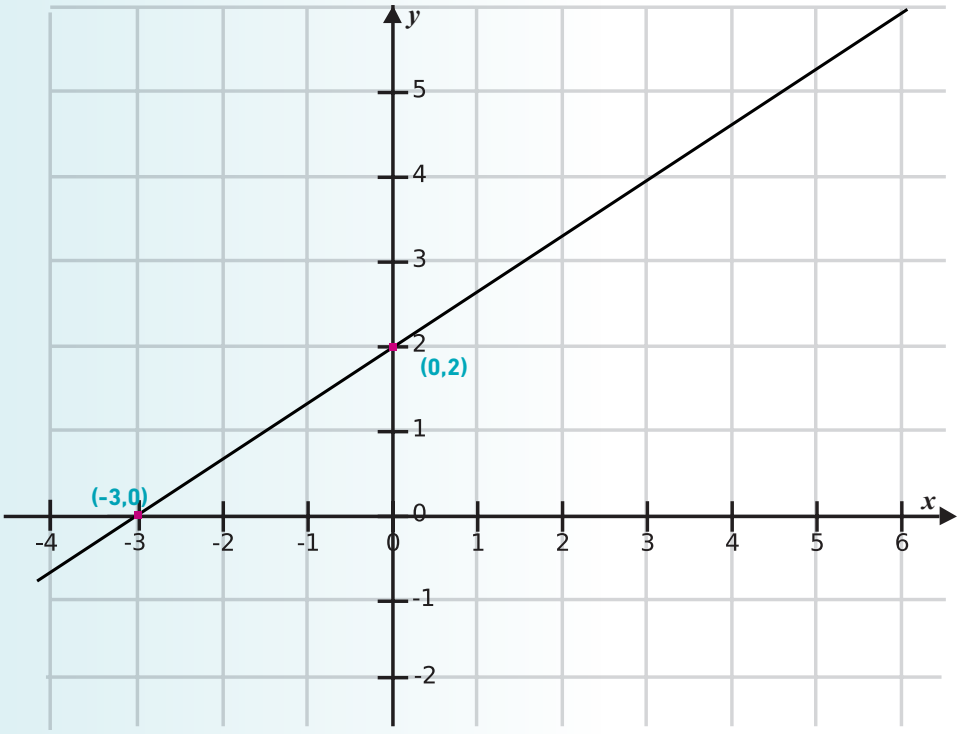
$$2x - 3(0) + 6 = 0$$

$$2x - 0 + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3$$

Por lo que la recta corta al eje x en el punto **(-3,0)**.
Graficando los dos puntos en el plano cartesiano y trazando la gráfica queda:



ACTIVIDAD 4

SD6.2- B6

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Formen un equipo de cuatro integrantes y contesten las siguientes preguntas.
Realicen en su cuaderno diferentes planos cartesianos y grafiquen las siguientes ecuaciones:

$$y = 8 \quad ; \quad x = 5$$

a) ¿Son líneas rectas? Describan cada una de ellas.

b) ¿Cortan los ejes coordenados?

En un tercer plano, grafiquen la ecuación $2x+y=6$.

c) Utilizando el software Math lab en su celular, verifiquen la forma de la gráfica que arroja al introducir la ecuación. ¿Coincide la forma que toma su gráfica con la que el software arroja? (En caso de no ser así, argumenten las diferencias).

d) En caso de no coincidir, corrijan el error y grafiquen de manera correcta.

e) ¿Qué forma tiene la gráfica de la ecuación?, ¿hacia dónde se inclina ésta?

f) ¿En qué punto la gráfica corta al eje y?

g) ¿En qué punto la gráfica corta al eje x?

Estadística en corto.
La pendiente de una recta es la razón de cambio de las ordenadas entre el cambio de las abscisas. Es decir, por cada unidad que cambia x, y cambia otras tantas unidades. Esto se escribe de la siguiente manera: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}$

h) Usando el software cambien el signo al coeficiente de x, y describan qué pasa con la gráfica.

i) Ahora cambien el valor del coeficiente 2 por los valores 3, 4 y 5 y describan qué pasa con la gráfica.

j) Ahora cambien el valor del coeficiente 2 por los valores -1, -2, -3 y describan qué pasa con la gráfica.

k) Ahora cambia el valor de 6 por los valores -1, 2, 0 y describan qué pasa con la gráfica.

l) Por último, que valores creen que debe tomar el coeficiente de x para que la recta se incline hacia el eje x. Escriban por lo menos tres valores del coeficiente que cumplan con la condición que se solicita.

ACTIVIDAD 5

SD6.2- B6

La práctica hace al maestro

Organizados en equipos de cuatro integrantes, utilicen el software Math Lab para graficar en sus cuadernos las siguientes ecuaciones. Para ello primeramente tendrás que expresar cada ecuación en la forma y=mx+b, despejando de cada ecuación la variable y. Utiliza un plano cartesiano para cada gráfica escribiendo la ecuación en la forma y=mx+b para cada caso.

1. $-2x+y-6=0$
2. $3x-2y+12=0$
3. $-3x+2y=8$
4. $2x+4y-16=0$
5. $-3x+y=-12$
6. $5x-2y+3=0$
7. $\frac{1}{2}x - 2y + 3 = 0$
8. $x-6y+5=0$
9. $-2x+3y=8$
10. $x - \frac{1}{2}y + 6 = 0$

Grafiquen las siguientes funciones lineales en hojas de papel milimétrico, utilicen los cortes con los ejes de coordenadas.

a) $y=2x+8$

b) $y=-3x+6$

c) $2x-y+4=0$

d) $3x+6y=12$

e) $5x+y=8$

f) $-3x-2y+6=0$

g) $x-y=5$

GRÁFICA DE UNA RECTA UTILIZANDO EL MÉTODO GRÁFICO.

Cómo te habrás dado cuenta de la expresión general de una ecuación de primer grado con dos incógnitas:

$$ax + by + c = 0$$

Despejando y obtenemos la forma:

$$y= \frac{-ax - c}{b}=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

De donde $m= -\frac{a}{b}$ y $b= -\frac{c}{b}$. De tal manera que la ecuación anterior se puede reescribir en la forma $y=mx+b$.

Desde el punto de vista de funciones, la ecuación $y=mx+b$ se puede asociar a la función lineal $f(x)=mx+b$. En la función, el valor de la variable x adquiere distintos e infinitos valores y para encontrar la solución de la ecuación, se deberá buscar un valor de x de manera que la función $f(x)$ sea igual a cero, es decir, encontrar la raíz de la ecuación. Para utilizar el método gráfico, es decir, por tabulación, es necesario que la ecuación que pretendemos resolver presente la forma $mx+b=0$ de modo que sea posible asociarla a la función lineal $f(x)=mx+b$.

Ejemplo:

1. Resolver la ecuación $2x+8=4x-1$.

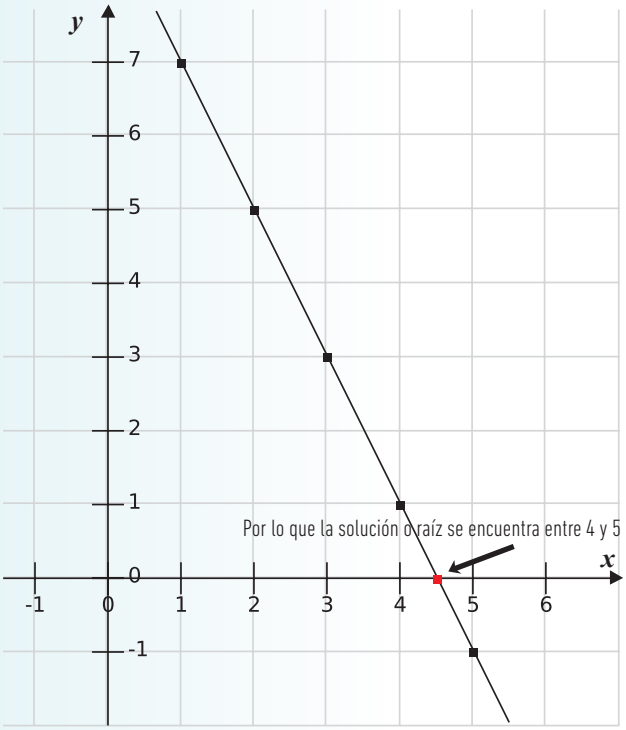
La ecuación no tiene la forma adecuada para asociarla con la función lineal y poder graficarla por el método gráfico, por lo que empezaremos a igualarla a cero. Es decir, haremos que el segundo miembro de la igualdad sea cero, utilizando el método sintetizado se tiene:

$$2x+8=4x-1$$
$$2x-4x+8+1=0$$
$$-2x+9=0$$

Ya que la ecuación está en la forma adecuada se puede asociar a la función lineal $f(x)=-2x+9$ y le daremos distintos valores a x para ver en qué momento la función se hace cero.

$$f(x)=-2x+9$$
$$f(1)=-2(1)+9=-2+9=7$$
$$f(2)=-2(2)+9=-4+9=5$$
$$f(3)=-2(3)+9=-6+9=3$$
$$f(4)=-2(4)+9=-8+9=1$$
$$f(5)=-2(5)+9=-10+9=-1$$

Por lo pronto, con ninguno de los valores que se le dieron a la variable x, la función se hizo cero. Así que procederemos a graficar la función en el plano cartesiano:



Como te puedes percatar el punto donde la recta corta al eje x, es decir, la solución o raíz de la ecuación se encuentra entre **4** y **5**, por lo que podemos suponer que la solución es **4.5.** Una manera de verificar que este valor es el correcto, es sustituirlo en la función para ver si ésta se hace cero.

$$f(4.5)=-2(4.5)+9=-9+9=0$$

Por lo que el valor de la variable que andábamos buscando es **4.5.** Una manera de comprobar que es el valor que andábamos buscando hacemos la sustitución en la ecuación para verificar si la igualdad se cumple:

$$2x+8=4x-1$$

$$2(4.5)+8=4(4.5)-1$$

$$9+8=18-1$$

$$17=17$$

Como podrás apreciar el método gráfico es preciso si la calidad de la gráfica trazada lo es. Por lo general decimos que la respuesta es una aproximación. Pero acabamos de ver que una ecuación lineal puede trazarse buscando aquellos puntos donde la recta corta a los ejes cartesianos. Por lo que, de la forma de la ecuación $-2x+9=0$ despejando x, se tiene $x=\frac{-9}{-2}=4.5$.

Usando TICS:

Haciendo uso de la hoja de cálculo Excel, elabora una tabla con valores para la variable "x", que calcule de manera automática los valores de "y", y elabore la gráfica correspondiente.

ACTIVIDAD 6

SD6.2- B6

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Organizados en equipos de tres integrantes planteen y representen el siguiente problema utilizando el concepto de función lineal.

Instrucciones:

- Ver la rubrica al final del bloque para considerar los criterios a cumplir en la actividad. Pág. 213.
- Para la actividad necesitarán: hojas cuadriculas tamaño carta, regla, lápices y colores.
- Cada integrante trazará de manera individual 6 triángulos cuya base sea de 3 cm, pero la altura tome los valores de 4, 5, 6, 7, 8 y 9 cm. (Un triángulo por hoja).
- Determinen el área de cada triángulo y escriban sobre cada uno el valor determinado. En un plano cartesiano elaboren la gráfica que relacione la variación del área respecto al cambio de la longitud de la altura.

Contesten las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es la fórmula para calcular el área de un triángulo?

b) En el plano cartesiano, ¿qué valores colocan en el eje x y cuáles en el eje y? (Justifiquen su respuesta). Realicen la gráfica.

c) Utilizando la gráfica, ¿cuál sería el valor del área del triángulo cuya altura vale 12 cm?

d) ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta?

e) ¿En qué valor corta la recta al eje y?

f) Determinen la expresión algebraica de la función lineal que determina el área de cada uno de los triángulos.

g) Escriban sus observaciones y resultados. Y entreguen la actividad al maestro para su revisión.

CIERRE

EVALUACIÓN SUMATIVA.

ACTIVIDAD 7

SD6.2- B6

1. Tabula los siguientes valores para la función $f(x)= -x+1$, grafica y responde a los siguientes cuestionamientos:

x	$f(x)=-x+1$
-2	
-1	
0	
1	
2	

a) ¿Cómo es el comportamiento de los valores que toma la variable x? (Es decir, va en aumento o en decremento y en qué escala).

b) ¿Cómo es el comportamiento de los valores que toma la variable $y= f(x)$?

c) ¿Cuál es el valor de la pendiente m en la función?

d) ¿Qué representa en la gráfica de la función el valor de m?

e) ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen b en la función?

f) ¿Qué representa en la gráfica de la función el valor de b?

g) ¿Cuál es la raíz de la función?

2. Utilizando el software Math Lab grafica en tu cuaderno las siguientes ecuaciones. Para ello, tendrás que expresar cada ecuación en la forma $y=mx+b$, despejando de cada ecuación la variable y.

a) $2x+y-6=0$
b) $-3x+2y-12=0$
c) $-x+2y=-8$
d) $2x-4y-2=0$

3. Determina si las relaciones entre las parejas de magnitudes siguientes son o no lineales.

a) Relación entre el precio inicial y el precio rebajado de un artículo.

b) Relación entre el peso (P) y el volumen (V) de un material en condiciones constantes de presión y temperatura.

c) Un banco ofrece un depósito anual al 5% con una comisión fija de $30. Relación entre la cantidad invertida y los intereses recibidos.

d) Relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

4. En el ejercicio anterior para aquellas relaciones que haya resultado lineales, escribe la expresión algebraica que describe cada situación.

Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

Competencia genérica		
5.4		No construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
		Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
		Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1		No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
		Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

Autoevaluación

Responde a las siguientes preguntas.

1. ¿Qué es una ecuación?

a) Es una expresión algebraica que involucra incógnitas y operaciones aritméticas
b) Es una igualdad que involucra literales, números y operaciones aritméticas y que se cumple para cualquier valor de la incógnita.
c) Es una expresión algebraica que se cumple para ciertos valores que toma la incógnita.
d) Es una igualdad que se cumple para uno o más valores que toma la incógnita.

2. ¿Cómo puedes determinar el grado de una ecuación?

a) Fijándote en el exponente más grande que tiene la incógnita.
b) Fijándote en el exponente más pequeño que tiene la incógnita.
c) Fijándote en la cantidad de incógnitas que tiene la ecuación.
d) Fijándote en el número de operaciones que tiene la ecuación.

3. ¿Qué representa el grado de una ecuación?

a) El número de incógnitas de la ecuación.
b) El número de términos de la ecuación.
c) El número de soluciones de la ecuación.
d) El número de miembros en la igualdad.

4. ¿Qué significa resolver una ecuación?

a) Encontrar las raíces del segundo miembro de la igualdad.
b) Despejar la incógnita de la ecuación.
c) Encontrar dónde el primer miembro de la igualdad se hace cero.
d) Despejar la incógnita de menor exponente de la ecuación.

5. Determina la raíz de la ecuación $2x-8=12$

a) $x=10$
b) $x=\frac{12}{8}$
c) $x=2$
d) $x=20$

6. Es la ecuación que describe: "La suma de dos números pares consecutivos equivale a 82".

a) $(2x)+(2x+1)=82$
b) $(x)+(x+2)=82$
c) $(2x)+(2x+2)=82$
d) $(x)+(2x+2)=82$

7. ¿Por qué a la ecuación ax+by+c=0, se dice que es lineal?

a) Porque tiene dos incógnitas.
b) Porque el exponente de cada incógnita es 1.
c) Porque su gráfica es una línea con pendiente variable.
d) Porque el coeficiente de cada incógnita es 1.

8. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal de primer grado con dos incógnitas?

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) Infinidad.

9. En la ecuación $y=mx+b$, ¿qué representa el valor b?

a) El punto donde la recta corta al eje y.
b) El punto donde la recta corta al eje x.
c) El cuadrante por donde pasa la recta.
d) El grado de inclinación de la recta.

10. ¿Qué representa la pendiente de una recta en la ecuación $y=2x-1$?

a) Que por cada unidad que cambia y, x cambia **2** unidades.
b) Que por cada unidad que cambia x, y cambia **2** unidades.
c) Que por cada unidad que cambia x, y cambia **-1** unidades.
d) Que por cada unidad que cambia y,x cambia $-\frac{1}{2}$ unidades.

11. ¿Cuál es la ordenada al origen de la ecuación de la pregunta 10?

a) $\frac{1}{2}$
b) **1**
c) **-1**
d) $-\frac{1}{2}$

12. ¿Cuál es la abscisa al origen de la ecuación de la pregunta 10?

a) $\frac{1}{2}$
b) **1**
c) **-1**
d) $-\frac{1}{2}$

13. ¿Es el resultado gráfico de una función lineal?

a) Una recta.
b) Un punto.
c) Una recta vertical.
d) Una recta horizontal.

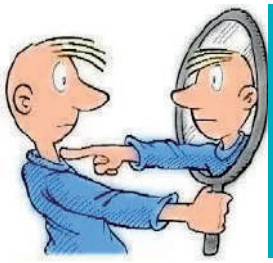
14. Es la forma que una ecuación lineal debe presentar para poder ser relacionada con una función lineal.

a) $y+mx=0$
b) $y=mb+x$
c) $y=mx+b$
d) $x=my+b$

15. Se tiene la función $f(x)=-3x+2$, son puntos que están sobre la recta.

a) **(0,2),(1,-1) y (2,4)**
b) **(0,2),(1,-1) y (2,-4)**
c) **(0,2),(-1,1) y (2,4)**
d) **(0,-2),(1,-1) y (-2,4)**

Coevaluación



1. Escribe una ecuación lineal con una incógnita:

2. Explica cómo resolverías una ecuación lineal con una incógnita:

3. Identifica si alguna de las siguientes ecuaciones es entera o fraccionaria:

a) $2x-8=6x+18$

b) $\frac{x}{4}=\frac{5}{2}$

c) $\frac{3x-4}{3}=6-x$

d) $2(x-8)=16x+18$

e) $\frac{x^2}{4}+\frac{2x}{3}-\frac{3}{2}=0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x-5=16$

b) $-2x+4=-12$

c) $14=3x-1$

d) $3x-8=x+6$

e) $\frac{x}{4}=\frac{5}{2}$

f) $(x-1)(x+3)=(x+2)(x-3)$

g) $6x-(x+2)=2x-4$

5. Resuelve los siguientes problemas.

a) La edad de Lucía aumentada en 15 es igual a 54. Determina la edad de Lucía

b) La suma de un número y 25 es igual a 18.

c) El perímetro de un rectángulo es 40 cm; el ancho mide 12 cm menos que el largo. Determina las dimensiones del rectángulo.

d) La suma de tres números es 120, el mayor de éstos es el triple del menor, el del medio es dos veces el tamaño del menor de los números. Determina el valor de los números.

e) La diferencia del doble de un número y 6 es 24. ¿De qué número se trata?

f) El producto de un número disminuido en uno y el mismo número aumentado en 2, equivale al producto del mismo número disminuido en 3 y su conjugado. ¿Cuál es el número?

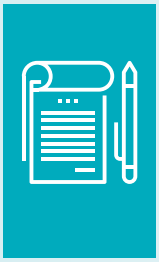
6. Mediante tabulación, grafica las siguientes funciones lineales:

a) $y = x$

b) $y = 2x - 1$

c) $y = -x + 1$

d) $\frac{1}{2}\ x = y$



Instrumento de evaluación

Señala con una palomita el color que describe tu desempeño en esta actividad.

Competencia genérica		
5.4		No construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
		Tiene problemas para construir hipótesis y diseñar modelos matemáticos.
		Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
Competencia disciplinar		
1		No construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de modelos aritméticos.
		Identifica algunos de los procedimientos aritméticos y/o gráficos para la comprensión y análisis de situaciones reales.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos y/o geométricos.

Autoevaluación

Orienta tu evaluación de acuerdo con los criterios y niveles de logro siguientes.

Producto a evaluar:

Construcción de 6 triángulos con la misma base, pero con alturas de 4, 5, 6, 7, 8 y 9 cm. Obtención de sus áreas y la gráfica área vs. altura.

Criterios a evaluar:

- El trabajo en equipo se llevó a cabo satisfactoriamente logrando que todos los integrantes participen.
- Se trazan los triángulos de manera precisa y con limpieza.
- Se obtiene correctamente el área de cada triángulo.
- Se realiza la gráfica, colocando acertadamente los valores del área y los valores de la altura en el plano cartesiano.
- Analiza el comportamiento determinando su pendiente y prediciendo en dónde corta la recta al eje y, obteniendo de manera correcta la expresión algebraica de la función lineal.
- De manera clara y objetiva explica los resultados obtenidos.

Instrumento de evaluación

Criterios	Desempeños			
	Bajo	Medio	Alto	Muy alto
Participa durante todo el trabajo.				
Los triángulos son precisos y trazados con limpieza.				
Define correctamente los ejes cartesianos para el área y la altura, realizando correctamente la gráfica.				
Determina correctamente la expresión de la función lineal.				
Explica de manera clara sus observaciones y resultados.				
Existe distracción en algunos momentos en el que se realiza el trabajo.				
Los triángulos están mal trazados.				
Obtiene el área de todos los triángulos, pero no logra definir correctamente los ejes cartesianos para el área y la altura.				
No es claro en la explicación de sus resultados.				
Se distrae con otros compañeros durante todo el trabajo.				
No logra trazar los triángulos y no obtiene el área de todos los triángulos por desconocer el manejo de la fórmula.				
No realiza la gráfica ni la expresión de la función lineal.				
No explica sus resultados.				

Bloque 7

Resuelve ecuaciones **lineales II y III.**

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Identificar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2X2) y con tres incógnitas (sistemas 3X3).
- Usar diferentes métodos para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2X2) y con tres incógnitas (sistemas 3X3), tales como: Sustitución, igualación, suma o resta, determinantes (Cramer).
- Construir la gráfica de un sistema 2X2 mediante: tabulación, parámetros y haciendo uso de la tecnología.
- Identificar el tipo de sistema 2X2: consistente, inconsistente o dependiente.
- Construir la gráfica de un sistema 3X3 mediante el uso de la tecnología para conocer su forma.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Construyendo, identificando e interpretando modelos matemáticos sencillos sobre diferentes situaciones de mi entorno, utilizando modelación de ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2X2) y con tres incógnitas (sistemas 3X3) y los resolveré por los métodos establecidos.
- Usando el software gratuito para celular "Math Lab".

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

Tiempo asignado: 14 horas

Evaluación diagnóstica

I. Observa el siguiente sistema de ecuaciones lineales y contesta lo que se solicita.

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 2x - 2y = 8 \\ 5x = -25 \end{cases}$$

Determina:

a) ¿Cuántas ecuaciones e incógnitas tiene el sistema?
b) ¿Cuáles son los coeficientes numéricos de cada ecuación?
c) ¿Cuáles son las constantes o el término independiente?
d) ¿Cuáles son las incógnitas?
e) Por sus características (número de ecuaciones y de incógnitas), ¿cómo se llama este sistema?
f) ¿Cuáles son los valores de cada incógnita?

II. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ x - 3y + 2z = -4 \end{cases}$$

III. Grafica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 6 \\ -3x + y = 13 \end{cases}$$

IV. Resuelva los siguientes problemas:

a) La suma de dos números es 58 y su diferencia es 28. ¿De qué números se trata?

b) Juan y Pedro son amigos. El doble de la edad que tenía Juan hace 3 años equivale a la edad que tendrá Pedro dentro de 6 años, aumentada en 8 años; La edad que tenía Pedro hace 3 años, aumentada en 6 años, equivale a la edad que tendrá Juan dentro de 6 años. ¿Qué edades tienen actualmente Juan y Pedro?

c) En la tienda de la esquina, una señora compra un puré Valvita, una sopa de codito y una cajita de Nortomate por la cantidad de 19.00; dos puré Valvita, tres sopas de codito y una cajita de Nortomate, por la cantidad de 32.00; un puré Valvita, dos sopas codito y una cajita de Nortomate por 23.00. ¿Cuál es el precio de cada mercancía?

Secuencia didáctica 7.1

Obtención, identificación e interpretación de **un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas (2x2) y sus soluciones,** en situaciones diversas.

De entrada

Al término de esta secuencia podrás identificar, construir y resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2X2) mediante métodos numéricos y algebraicos establecidos para ello. Asimismo, construirás la gráfica de un sistema 2x2 mediante diferentes técnicas e identificarás el tipo de sistema 2X2.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje la solución de problemas cotidianos que involucren el planteamiento de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás resolver varias situaciones de nuestro entorno donde, para encontrar respuesta, se requiera el uso de ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2X2).

INICI

Los problemas que involucran adivinar edades son típicos en cursos de álgebra, a continuación se presenta una situación de este tipo con la finalidad de recuperar los conocimientos que posees y poner en juego tus habilidades, a la vez de mostrar la posibilidad que te ofrecen las matemáticas para resolverlo utilizando los sistemas de ecuaciones lineales 2X2.

ACTIVIDAD 1

SD7.1 - B7

Organizados en binas, realicen lo que se les indica.

"Teresa y Melissa son hermanas. El doble de la edad actual de Teresa más la edad actual de Melissa, da como resultado 34 años. El doble de la edad actual de Melissa equivale al triple de la edad actual de Teresa disminuida en dos años. ¿Qué edades tienen Teresa y Melissa?"

A) En la siguiente tabla propongan edades para Teresa y con base en cada edad propuesta, escriban las operaciones y el resultado, según los encabezados de cada columna de la tabla. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presente las condiciones del problema y la relación entre las columnas. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la solución o qué ajustes tienen que hacer a la edad propuesta para poder dar respuesta al problema. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Edad actual de Teresa.	Doble de la edad actual de Teresa.	Edad actual de Melissa.	Doble de la edad actual de Melissa.	Triple de la edad actual de Teresa.	Triple de la edad actual de Teresa disminuida en dos años.

B) Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la solución ¿Qué edades tienen Teresa y Melissa?

C) Generalizando el problema: nombren con una letra la edad actual de Teresa y con otra letra la edad actual de Melissa, y con base en ello, encuentren una expresión algebraica que represente a cada columna de la tabla.

D) Usando las expresiones algebraicas del inciso C, escriban las dos ecuaciones que modelan el problema.

E) Resuelvan el sistema de ecuaciones resultante mediante algún método que recuerden y respondan a la pregunta del problema planteado.

DESARROLLO

Una mezcla es el producto de la combinación de dos o más componentes que se encuentran unidos produciendo otra sustancia distinta. Se trata de una combinación en la que no existen reacciones químicas entre los componentes de la mezcla y en donde los distintos componentes de la misma se pueden separar mediante procesos físicos.

Las mezclas pueden ser homogéneas o heterogéneas. Una mezcla homogénea es aquella en la cual no es posible distinguir a los elementos que la forman a simple vista y su consistencia es uniforme en todas sus partes; en cambio, en una mezcla heterogénea se pueden identificar fácilmente a los elementos que la forman.

Algo que resulta atractivo desde el punto de las matemáticas, es la posibilidad que ofrecen de utilizar a los sistemas de ecuaciones lineales (2X2) para modelar situaciones de este tipo. Con frecuencia se mezclan diferentes cantidades de algunos productos con determinadas características, para obtener cierta cantidad de un nuevo producto, del mismo tipo, pero con propiedades particulares. Tal es el caso del problema que se presenta a continuación, relacionado con una mezcla homogénea.

ACTIVIDAD 2

SD7.1 - B7

Organizados en binas, resuelvan el siguiente problema completando la tabla de acuerdo a lo que se solicita y respondan a las preguntas planteadas.

"¿Cuántos litros de una solución clorada al 60% y de otra clorada al 40%, se deben de mezclar para obtener 100 litros de una solución clorada al 50%?

INDUSTRIA DEL CLORO

A) En la siguiente tabla, propongan cantidades de litros de la primera solución (clorada al 60%) y con base en ello, llenen cada columna de la tabla según el encabezado, escribiendo en el renglón correspondiente las operaciones y su resultado. Se trata de encontrar la respuesta al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presente las condiciones del problema y la relación entre las columnas. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la respuesta o qué ajustes tienen que hacer a la cantidad de litros de la primera solución para poder encontrar la respuesta. Solamente en un renglón se reflejará la respuesta.

Litros de la primera solución	Litros de la segunda solución	Porcentaje de cloro de la primera solución	Litros de Cloro de la primera solución (*)	Porcentaje de Cloro de la segunda solución	Litros de Cloro de la segunda solución (*)	Litros de cloro de la solución resultante	Porcentaje de Cloro de la solución resultante (*)

* Para el cálculo correspondiente usen una regla de tres simple.

B) Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la respuesta ¿Cuántos litros de cada solución se deben mezclar para obtener 100 litros de la solución final clorada en un 50 %?

C) Generalizando el problema: nombren con una letra los litros usados de la primera solución (columna 1) y otra letra para los litros usados de la segunda solución (columna 2); con base en ello, encuentren una expresión algebraica que represente las operaciones realizadas en cada columna de la tabla.

D) Usando las expresiones del inciso C, escriban las dos ecuaciones algebraicas que modelan el problema.

E) Construyan la gráfica del sistema 2X2 resultante, mediante tabulación, parámetros, o software Math Lab.

F) Resuelvan el sistema de ecuaciones resultante mediante algún método algebraico que recuerden y respondan a la pregunta del problema arriba.

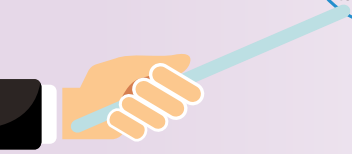
En el problema de la actividad de inicio, debieron llegar a las siguientes ecuaciones, si utilizaron las letras "x" e "y" como incógnitas del problema para representar las edades actuales de Teresa y Melissa, respectivamente,:

$$\begin{cases} y = 34 - 2x & \textit{Ecuación (Ec.) 1} \\ 2y = 3x - 2 & \textit{Ecuación (Ec.) 2} \end{cases}$$

Un sistema 2X2 se caracteriza por tener dos incógnitas y por lo tanto se deben tener dos ecuaciones para poder encontrar los valores de las incógnitas que satisfagan simultáneamente las dos ecuaciones.

Saber más...

En Luxor, Egipto, se encontró el papiro de Rhind, escrito por el escriba Ahmes en 1650 a.C., el cual contiene problemas de matemáticas que incluyen ecuaciones lineales resueltas mediante la regla de falsa posición.



Existen métodos numéricos, algebraicos y gráficos para resolver un sistema de ecuaciones 2X2, tales como:

a) Sustitución.
b) Igualación.
c) Suma o resta (también conocido como método de eliminación o reducción).
d) Determinantes (también conocido como regla o método de Cramer).
e) Gráfico.

Usando TICS:

En el siguiente enlace encontrarás videos que te apoyarán por si tienes dudas para resolver un sistema 2X2.

http://www.math2me.com/playlist/algebra

En la siguiente tabla se ilustra el desarrollo de los métodos algebraicos establecidos para resolver un sistema 2X2, tomando como ejemplo el sistema de ecuaciones lineales que arrojó la actividad de inicio de esta secuencia. Posteriormente se explican el método numérico (determinantes) y el gráfico.

Métodos algebraicos.		
Resolver el sistema 2x2 $\begin{cases} y = 34 - 2x \quad Ec.\ 1 \\ 2y = 3x - 2 \quad Ec.\ 2 \end{cases}$ **Ecuaciones del problema de la actividad de inicio.**		
Por sustitución	**Por igualación**	**Por suma o resta**
Consiste básicamente en despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones y sustituir (como su nombre lo indica) su valor en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en el bloque 6, Secuencia Didáctica 1.	Consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma incógnita, después se igualan (como su nombre lo indica) los resultados obtenidos, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en el bloque 6, Secuencia Didáctica 1.	Consiste en igualar los coeficientes numéricos de una de las dos incógnitas procurando que queden con signo contrario para que se puedan eliminar; después se suman o restan los términos semejante de las ecuaciones obtenidas (de allí el nombre del método), quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en el bloque 6, Secuencia Didáctica 1.

Para encontrar el valor de "x", se despeja "y" de Ec. 1, que en este caso ya se encuentra despejada, y su valor se sustituye en la Ec. 2:

$$2y=3x-2 \quad \text{Ec. 2}$$

Al sustituir el valor de "y" de Ec. 1, queda la ecuación de primer grado con una incógnita, que al despejarla, se encuentra el valor de dicha incógnita (x):

$$2(34-2x)=3x-2$$
$$68-4x=3x-2$$
$$-4x-3x=-2-68$$
$$-7x=-70$$
$$7x=70$$
$$x=\frac{70}{7}$$

x=10, por lo que Teresa tiene 10 años.
Para encontrar el valor de "y", se despeja "x" de Ec. 1 y su valor se sustituye en la Ec. 2.
Despejando x de Ec. 1

$$y=34-2x$$
$$y-34=-2x$$
$$x=\frac{y-34}{-2}$$

Sustituyendo su valor en Ec. 2:

$$2y=3x-2 \quad \text{Ec. 2}$$

Queda una ecuación de primer grado con una incógnita, la cual se resuelve despejando "y"

$$2y=3\left(\frac{y-34}{-2}\right)-2$$
$$2y+2=3\left(\frac{y-34}{-2}\right)$$
$$2y+2=\frac{3(y-34)}{-2}$$

Consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma incógnita, después se igualan (como su nombre lo indica) los resultados obtenidos, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en el bloque 6, secuencia didáctica 1.

Para encontrar el valor de "x", se despeja "y" de ambas ecuaciones:
De Ec. 1:

$$y=34-2x$$

De Ec. 2

$$y=\frac{3x-2}{2}$$

Igualando los resultados, queda la ecuación de primer grado con la incógnita "x"

$$34-2x=\frac{3x-2}{2}$$

Despejando x

$$2(34-2x)=3x-2$$
$$68-4x=3x-2$$
$$-4x-3x=-2-68$$
$$-7x=-70$$

Multiplicando por (-1)

$$7x=70$$
$$x=\frac{70}{7}$$

x=10, por lo que Teresa tiene 10 años.
Aquí se puede aplicar el método de sustitución para encontrar el valor de "y", o proseguir con el método de igualación.

Consiste en igualar los coeficientes numéricos de una de las dos incógnitas procurando que queden con signo contrario para que se puedan eliminar; después se suman o restan los términos semejante de las ecuaciones obtenidas (de allí el nombre del método), quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece, tal como se procedió en el bloque 6, secuencia didáctica 1.

Acomodando las ecuaciones para facilitar el procedimiento

$$2x+y=34 \quad \text{Ec. 1}$$
$$-3x+2y=-2 \quad \text{Ec 2}$$

Para eliminar "y", se multiplica por (-2) la Ec. 1, igualando así los coeficientes numéricos de las "y", pero con signo contrario para que se puedan eliminar

$$(2x+y=34)\ (-2)$$
$$-4x-2y=-68$$

La Ec. 2 queda igual

$$-3x+2y=-2$$

Sumando y restando los términos semejantes de ambas ecuaciones, se elimina la "y", y queda una ecuación de primer grado con la incógnita "x"

$$-7x=-70$$

Multiplicando por (-1)

$$7x=70$$
$$x=\frac{70}{7}$$

x=10, por lo que Teresa tiene 10 años. Se puede proseguir con el método de sustitución, pero se procederá con el método de suma o resta:

$-2(2y+2)=3(y-34)$

$-4y-4=3y-102$

$-4y-3y=-102+4$

$-7y=-98$, multiplicando por (-1)

$7y=98$

$y=\frac{98}{7}$

$y=14$, que es la edad de Melissa.

Aplicando el método de igualación:
Para obtener el valor de "y", se despeja "x" de ambas ecuaciones:
De Ec. 1:

$$x=\frac{y-34}{-2}$$

De Ec. 2:

$$x=\frac{2y+2}{3}$$

Igualando los resultados, queda la ecuación de primer grado con la incógnita "y"

$$\frac{y-34}{-2}=\frac{2y+2}{3}$$

Despejando y

$3(y-34)=(-2)(2y+2)$

$3y-102=-4y-4$

$3y+4y=-4+102$

$7y=98$

$y=\frac{98}{7}$

$y=14$, que es la edad de Melissa.

Para eliminar "x", se multiplica por (3) la Ec. 1 y por (2) la Ec. 2, igualando así los coeficientes de las "x", quedando con signo contrario para que se pueda eliminar.

De Ec 1
$(2x+y=34)(3) \rightarrow 6x+3y=102$

$(-3x+2y=-2)(2) \rightarrow -6x+4y=-4$

Sumando y restando los términos semejantes de ambas ecuaciones, se elimina la "x", quedando una ecuación de primer grado con la incógnita "y"

$7y=98$

$y=\frac{98}{7}$

$y=14$, que es la edad de Melissa.

Para verificar si las edades encontradas son las correctas, se sustituyen los valores en las ecuaciones originales o bien se leen las condiciones del problema y se verifica que se cumplan:
Sustituyendo los valores de "x", "y" en Ec. 1:

$y=34-2x$

$14=34-2(10)$

$14=34-20$

$14=14$

Sustituyendo los valores de"x", "y" en Ec. 2:

$2y=3x-2$

$2(14)=3(10)-2$

$28=30-2$

$28=28$

Como los valores ***satisfacen simultáneamente a ambas ecuaciones***, las edades encontradas son correctas.

Los resultados coinciden con los obtenidos en el llenado de la tabla y con las condiciones del problema.

¿Sabías qué?

- No importa el método que uses para resolver un sistema 2X2, siempre llegarás al mismo resultado con cualquiera de ellos.
- Puedes combinar los métodos, es decir, puedes empezar "por el método de" suma o resta e igualación y después de haber encontrado el valor de una de las incógnitas, obtener por sustitución (en cualquiera de las ecuaciones del sistema) el valor de otra incógnita.

MÉTODO DE DETERMINANTES.

Seki Kowa

Gottfried Leibinz

Gabriel Cramer

¿Quién fue?

El método del determinante fue inventado por Seki Kowa en 1683 en Japón y por Gottfried Leibniz en 1693 en Alemania. Sin embargo el que popularizó el uso del determinante para resolver sistemas de ecuaciones lineales fue el suizo Gabriel Cramer. Por ello, al método de determinantes también se le conoce como método o regla de Cramer en su honor.

El método de determinantes es un método numérico que tiene la ventaja de no ocupar las literales, es decir, de las ecuaciones solo se utilizan los coeficientes numéricos de las variables y los términos independientes.

SE PROCEDE COMO SIGUE:

El sistema 2X2 se puede representar de manera general así:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Para aplicar el método, es necesario encontrar el valor de los determinantes del sistema:

Determinante general:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1\ b_2) - (a_2\ b_1)$$

Determinante en "x":

$$D = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = (c_1\ b_2) - (c_2\ b_1)$$

Determinante en "y":

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = (a_1\ c_2) - (a_2\ c_1)$$

Para determinar los valores de las incógnitas, se aplican las siguientes fórmulas:

$$x = \frac{D_x}{D} \quad ; \quad y = \frac{D_y}{D}$$

Para el caso que nos ocupa, el sistema es:

$$y=34-2x$$
$$2y=3x-2$$

Acomodando las ecuaciones para aplicar el método de determinantes:

$$2x+y=34$$
$$-3x+2y=-2$$

Se calculan los valores de los determinantes como sigue:
Nota: Si un término no aparece en la ecuación, el coeficiente numérico es cero y así se sustituye en las fórmulas. No es el caso en el ejemplo que se está tratando.

Determinante general:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = [(2)(2) - (-3)(1)] = 4 + 3 = 7$$

Saber más...

Recuerda que los coeficientes numéricos de las variables son: a_1, a_2, b_1, b_2; y los términos independientes son: c_1, c_2.

Determinante en x:

$$D_x = \begin{vmatrix} 34 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = [(34)(2) - (-2)(1)] = 68 + 2 = 70$$

Determinante en y:

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 34 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = [(2)(-2) - (-3)(34)] = -4 + 102 = 98$$

Para determinar los valores de las incógnitas, se aplican las siguientes fórmulas:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{70}{7} = 10$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{98}{7} = 14$$

Por lo que Teresa y Melissa tienen 10 y 14 años respectivamente.

Estas edades coinciden con las encontradas en el llenado de la tabla de la actividad de inicio, así como con los métodos algebraicos expuestos.

Una vez que se han explicado cada uno de los métodos, resuelve el sistema 2X2 del problema de la mezcla homogénea. Los resultados deben coincidir con los valores encontrados en el llenado de la tabla correspondiente.

ACTIVIDAD 3

SD7.1 - B7

En tu cuaderno y de manera individual, responde a los siguientes cuestionamientos:

Para conocer las características de un sistema 2X2, es necesario graficar las ecuaciones que conforman el sistema. Previo al desarrollo de esta actividad, deberás realizar en casa la descarga del software Math Lab en tu celular, ya que requiere señal de internet.

1. Grafica en un mismo plano cartesiano (eje "x" edad de Teresa , eje "y" edad de Melissa), las dos ecuaciones del sistema 2X2, del problema de la actividad de inicio, mediante:

1.1) una tabulación (realiza una tabulación para cada ecuación).
1.2) Los parámetros "m" y "b".
1.3) El software Math Lab.

tal como lo hiciste en el Bloque 6, Secuencia didáctica 2. Recuerda que tendrás que expresar las ecuaciones en la forma $y = mx + b$. Con las tres formas de graficar, debes de llegar a los mismos resultados. Observa las rectas trazadas:

A) ¿Qué características tienen las rectas trazadas (son paralelas, oblicuas, se sobreponen)?
B) ¿Cómo son sus pendientes ("m"): iguales, diferentes?
C) ¿Cómo es el parámetro "b" en cada ecuación?
D) ¿Existe un punto donde las rectas se cruzan (punto de intersección)?

¿Qué punto es?
Investiga que nombre recibe este sistema de ecuaciones 2X2.

Glosario

Rectas paralelas. Son aquellas que tienen la misma pendiente pero diferente ordenada de origen, es decir, nunca se cortan.

Rectas oblicuas. Son rectas que se cruzan en un punto, sin formar ángulos de 90°.

Rectas perpendiculares. Son rectas que se cruzan en un punto formando ángulos de 90°.

Rectas coincidentes. Son rectas que se sobreponen o coinciden en todos sus puntos. En las ecuaciones, los coeficientes respectivos de sus variables y sus términos independientes son múltiplos o submúltiplos entre sí.

2. Realiza lo mismo que en el punto anterior, con los siguientes sistemas 2X2:

a)
$2x+3y=10$
$2x+3y=15$

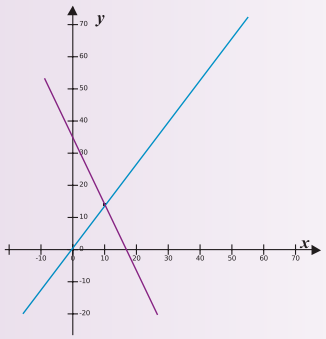
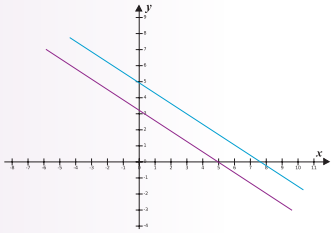
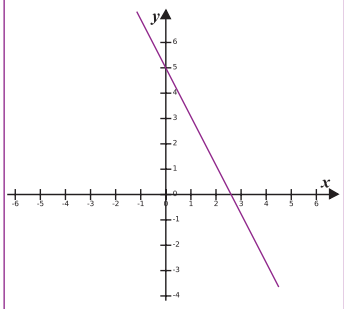
b)
$2x+y=5$
$4x+2y=10$

3. Resuelve los sistemas del reactivo 2 mediante algún método algebraico establecido para ello y por el método de determinantes. ¿Qué concluyes?

Existen tres tipos de sistemas 2X2 de acuerdo al número de soluciones: Consistente, inconsistente y dependiente. El método numérico y los métodos algebraicos solamente funcionan cuando se trata de sistemas consistentes.

En la siguiente tabla se resume la información relevante de los diferentes tipos de sistemas 2X2:

Aspectos	Sistema		
	Consistente	**Inconsistente**	**Dependiente**
Representación general.	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$
Ejemplo.	$2x+y=34$ $-3x+2y=-2$ (Ecuaciones de la actividad de inicio).	$2x+3y=10$ $2x+3y=15$	$2x+y=5$ $4x+2y=10$
Razones entre los coeficientes.	Si las razones entre los coeficientes de "**x**" y de "**y**" son diferentes, es decir, si $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ Para el ejemplo: $\frac{2}{-3} \neq \frac{1}{2}$	Si las razones entre los coeficientes respectivos de sus variables son iguales, pero no a la de los términos independientes, es decir, si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ Para el ejemplo: $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{10}{15}$ $1 = 1 \neq \frac{2}{3}$	Si las razones entre los coeficientes respectivos de sus variables y sus términos independientes son iguales, es decir, si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ Para el ejemplo: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
Valor de **m y b** de la ecuación expresada como $y=mx+b$	**"m" y "b"** son diferentes. Despejando "y" de ambas ecuaciones: $y= -2x+34$ $m=-2;\ b=34$ $y = \frac{3}{2}x - 1$ $m= \frac{3}{2};\ b = -1$	"m" son iguales y "b" son diferentes. Despejando "y" de ambas ecuaciones: $y = \frac{-2}{3}x + \frac{10}{3}$ $m = \frac{-2}{3};\ b = \frac{10}{3}$ $y = \frac{-2}{3}x + 5$ $m = \frac{-2}{3};\ b = 5$	**"m" y "b"** son iguales. Ambas ecuaciones son iguales, se trata de la misma recta. Despejando **"y"** de ambas ecuaciones: $y=-2x+5$ $m=-2;\ b=5$
Solución.	**x=10; y=14** El sistema tiene una y solo una solución. **(Solución única)**	Ninguna solución **(Solución nula).**	Infinidad de soluciones **(Solución múltiple).**
Determinaciones.	$D \neq 0$	D=0; pero D_x y D_y Son diferentes de cero.	$D=D_x=D_y=0$ (Los tres determinantes son iguales a cero).

Gráfica			
	Las rectas se cruzan en un punto, siendo este la solución del sistema. En este ejemplo el punto es **P(10,14).**	Las rectas son paralelas. No existe un punto de intersección.	Las rectas coinciden en todos sus puntos o se sobreponen. Se trata de la misma recta.

¿Sabías qué?

En el punto $P(x, y)$, a la coordenada "x" se le llama abscisa y a la coordenada "y" se le llama ordenada.

Saber más...

Recuerda que la representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales 2x2, es una manera de resolver el sistema (punto donde se intersectan las rectas), aunque no es tan precisa como con los demás métodos cuando se trata de una solución con fracciones.

René Descartes

¿Quién fue?

Gracias a René Descartes es posible situar o localizar un lugar con un par ordenado de números.

ACTIVIDAD 4

SD7.1 - B7

Con base en la tabla anterior, diseña tres sistemas 2X2, uno de cada tipo y verifica que se cumplan los aspectos de la tabla. Haz una tabla similar.

La práctica hace al maestro

ACTIVIDAD 5

SD7.1 - B7

Para que practiques y refuerces lo aprendido, a continuación se presentan las ecuaciones que conforman los sistemas de ecuaciones 2X2, para que los resuelvas de manera ***individual***, por el método solicitado e identifiques si se trata de un sistema consistente, inconsistente o dependiente. Además, deberás construir la gráfica correspondiente a cada uno de ellos mediante: Tabulación, parámetros y uso de la tecnología (Math Lab).

Sistema	Método de solución	Solución	Tipo de sistemas
$3x=3-2y$ $x-3y=-10$	Suma y/o resta.		
$5x-3y-19=0$ $3x+y-3=0$	Igualación.		
$y=30-x$ $x=2+y$	Determinantes ó Cramer.		
$8x-4y=7$ $x+3y=(-7)/4$	Sustitución.		
$75x-30y=-13$ $-15x+30y=-7$	Suma y/o resta.		
$3x+2y=6$ $y=\frac{10-3x}{2}$	El que prefieras.		
$2x=12+5y$ $6x-15y-36=0$	Sustitución.		

CIERRE

ACTIVIDAD 6

SD7.1 - B7

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Organizados en binas, planteen y resuelvan en su cuaderno los siguientes problemas, mediante el método que prefieran (intenten variar):

Perímetro.

1. Si el lado de un cuadrado se duplica, su perímetro aumenta 40 m. **Calcular la medida del lado del cuadrado.**
2. El largo de una piscina rectangular es 3 veces su ancho. Si su perímetro es de 32 m, **¿cuáles son sus dimensiones?**
3. La suma del largo y el ancho de un rectángulo es de 19 metros. El largo es un metro menor que el doble del ancho. **Encontrar el largo y el ancho del rectángulo.**
4. El perímetro de un rectángulo es de 48 metros. Su ancho es 2 metros mayor que la mitad del largo. **Encontrar el largo y el ancho.**

Comercio.

5. En un día de ofertas: Al comprar 3 Kg. de tomates y 4 Kg. de papas, una señora pagó $119. **¿Cuánto vale el kilo de tomates, sabiendo que es $14 más caro que el kilo de papas?**
6. La entrada para una función de teatro al aire libre vale $60 para adultos, y $25 para niños. La recaudación arrojó un resultado de 280 asistentes y fue de $14,000. **¿Cuántos niños asistieron a la función?**
7. En un bazar las piezas de la misma especie cuestan lo mismo. Dos pantalones y tres camisas cuestan 260 pesos y cuatro pantalones y una camisa cuestan 320 pesos. **¿Cuál es el precio de un pantalón y de una camisa?**

Billetes y monedas.

8. Un billete de 500 pesos se cambió por billetes de $20 y $50 pesos. Si en total se entregaron 19 billetes en cambio, **¿Cuántos billetes eran de $20 y cuántos de $50?**
9. Una persona tiene $8,000 en 200 monedas de $10 y de $50. **¿Cuántas monedas de $10 y de $50 tiene?**

Nutrición.

10. Cuatro tortillas y dos panes birote contienen 434 calorías y tres tortillas y un birote contienen 267 calorías **¿cuántas calorías contiene cada alimento?**

Edades.

11. La edad de Adolfo es 15 años menos que el doble de la edad de Teresa y la séptima parte de la edad de Adolfo es 20 años menos que la edad de Teresa. **Calculen ambas edades.**

12. Hace 4 años la edad de Ximena era 8 veces la edad de Matías. En cuatro años más, la edad de Ximena será 4 veces la de Matías. **¿Cuál es la edad de cada uno?**
13. 13. La edad de un hijo es 1/4 de la edad de su padre. En 7 años más la edad del hijo será 4/9 la del padre. **Encuentren las edades actuales de ambos.**
14. La edad de María es el triple de la de Rosa. La edad que tenía María hace 5 años era el doble de la edad que tendrá Rosa dentro de 10 años. **Calculen sus edades actuales.**

Números.

15. La suma de dos números es 38 y su diferencia es 8. **Encuentren los números.**
16. La diferencia de dos números es 16. Tres veces el más grande es siete veces el más pequeño. **¿Cuáles son los números?**
17. La diferencia de dos números es 18. El doble del más pequeño más tres veces el más grande es 74. **¿Cuáles son los números?**
18. La suma de dos números es 92. Un octavo del primero más un tercio del segundo, resulta 19. **Encontrar los números.**

Fracciones.

19. El valor de una fracción es 1. Si se disminuye el numerador en 3 unidades y se aumenta el denominador en 5 unidades, el nuevo valor es igual a 3. **¿Cuál es la fracción?**
20. Encuentra una fracción que si se disminuye su numerador en 4 unidades y se aumenta su denominador en 5, es equivalente a 1. Pero si se disminuye sólo el denominador en 7, será equivalente.
21. Si el numerador de una fracción se aumenta en 3 y su denominador se disminuye en 1, se obtiene 5/2, pero si solamente se aumenta su numerador en 2, ésta equivale a 4/3. **Determina la fracción.**
22. Sumando tres al numerador de una fracción y restando dos al denominador, la fracción se convierte en 6/7. Pero si se le resta 5 al numerador y se suma dos al denominador, la fracción equivale a 2/5. **¿De qué fracción se trata?**

Física.

23. Las ciudades A y B están separadas por 180 km. Simultáneamente sale un auto de cada ciudad en el mismo sentido. El que sale de B lo hace con una velocidad de 60 km/h y el que sale de A, a 90 km/h. **¿Al cabo de cuánto tiempo el auto que sale de A alcanza al que sale de B, y cuántos kilómetros ha recorrido cada uno?**
24. Un bote de motor toma 3 horas en hacer un recorrido río abajo (a favor de la corriente) con una corriente de 6 Km/hr. El viaje de regreso, contra la misma corriente, le toma 5 horas. **Encuentren la velocidad del bote en agua quieta.**
25. Dos autos salen de un pueblo al mismo tiempo y van en direcciones opuestas. Uno de ellos viaja a 60 Km/hr y el otro a 30 Km/hr. **¿En cuántas horas estarán separados por 150 Km?**

26. Dos autos salen de un pueblo al mismo tiempo en la misma dirección. Uno de ellos viaja a 35 Km/hr y el otro a 40 Km/hr. **¿En cuántas horas estarán separados por 15 Km?**

Unidades, decenas y centenas.

27. Encuentren un número entre 10 y 99 sabiendo que la cifra de las unidades es el doble que la cifra de las decenas y que si se invierten, el número aumenta en 36.
28. La suma de los dígitos de un número entre 10 y 99 es 14. Si los dígitos se invierten, el resultado es 36 mayor que el número original. **Encontrar el número original.**
29. La suma de los dos dígitos de un número es 14. Si el número que resulta de invertir los dígitos se resta del número original, el resultado es 18. **¿Cuál es el número original?**
30. Si sumamos 27 a un número entre 10 y 99, el resultado es un número con los mismos dígitos, pero en orden inverso. La suma de los dígitos es 11. **¿Cuál es el número original?**

Varios.

31. Dos estantes contienen en total 40 libros. Al traspasar 5 libros de un estante a otro, resulta que uno queda con el triple del otro. **¿Cuántos libros había originalmente en cada estante?**
32. Un padre reparte $10,000 entre sus dos hijos. Al mayor le da $2,000 más que al menor. **¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?**
33. Una varilla de 60 cm de longitud se corta en dos pedazos; uno de ellos es 5 cm más corto que el otro. **Hallar la longitud de cada pedazo.**
34. En un día de trabajo la máquina A produce el triple de número de cajas que la que produce la máquina B; la máquina C produce 100 cajas más que la A. Si la producción total es de 5000 cajas, **¿Cuántas cajas produce cada máquina?**
35. En un triángulo ABC, el ángulo B mide el doble que el ángulo A y el ángulo C es 12 grados menor que el ángulo A. **Determinen la medida de cada ángulo.**
36. Un granjero tiene gallinas y vacas, todos estos animales juntos suman 50 cabezas y 150 patas. **¿Cuántos animales tiene de cada tipo?**

Instrumento de evaluación

Para evaluar el logro de las competencias genérica y disciplinar (mismas que se enuncian al inicio del bloque y en la sección "de entrada" de la secuencia didáctica 7.1, respectivamente), utiliza el siguiente **cuadro de semaforización**, marcando el logro de dichas competencias con una palomita en el color correspondiente.

Competencia genérica		
5.1		No sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, ni comprende como cada uno de los pasos de los métodos establecidos para resolver un sistema 2x2 contribuyen en la solución de dicho sistema.
		Presenta dificultades para seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, así como para comprender como cada uno de los pasos de los métodos establecidos para resolver un sistema 2x2 contribuyen en la solución de dicho sistema.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva para dar solución a un sistema 2x2, mediante los métodos establecidos, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de ese objetivo.
Competencia disciplinar		
1		No construye ni interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 2X2.
		Presenta dificultades para construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 2X2.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 2X2.

Secuencia didáctica 7.2

Obtención, identificación e interpretación de **un sistema de ecuaciones de tres incógnitas (3X3) y sus soluciones,** en situaciones diversas.

De entrada

Al término de esta secuencia podrás identificar, construir y resolver ecuaciones lineales con tres incógnitas (sistemas 3X3) mediante métodos numéricos y algebraicos establecidos para ello. Asimismo, construirás la gráfica de un sistema 3X3 mediante el uso de la tecnología para conocer su forma.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje la solución de problemas cotidianos que involucren el planteamiento de ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás resolver varias situaciones de nuestro entorno donde, para encontrar respuesta, se requiera el uso de ecuaciones lineales con tres incógnitas (sistemas 3X3).

INICI

ACTIVIDAD 1

SD7.2 - B7

Organizados en binas, resuelvan el siguiente problema completando la tabla de acuerdo a lo que se solicita y respondan a las preguntas planteadas.

Los problemas que involucran adivinar edades son típicos en cursos de álgebra, a continuación se presenta una situación de este tipo con la finalidad de recuperar los conocimientos que poseen y poner en juego sus habilidades, a la vez de mostrar la posibilidad que les ofrecen las matemáticas para resolverlo utilizando los sistemas de ecuaciones lineales 3X3.

"La edad actual de Yolanda equivale al doble de la edad actual de su hija Sandra aumentada en 17 años. José, su hijo menor, tiene la edad de su hermana Sandra disminuida en tres años. La suma de las tres edades es de 74 años. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?".

A) En la siguiente tabla propongan edades para Sandra y con base en cada edad propuesta, escriban las operaciones y el resultado, según los encabezados de cada columna de la tabla. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presente las condiciones del problema y la relación entre las columnas. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la solución o qué ajustes tienen que hacer a la edad propuesta para poder dar respuesta al problema. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Edad actual de Sandra.	Doble de la edad actual de Sandra.	Edad actual de Yolanda (doble de la edad actual de Sandra más 17 años).	Edad actual de José.	Suma de las tres edades.

B) Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la solución ¿Qué edades tienen las tres personas?

C) Generalizando el problema: nombra con una letra la edad actual de Sandra, con otra letra la edad actual de Yolanda y con otra letra la edad actual de José, y con base en ello, encuentra una expresión algebraica que represente a cada columna de la tabla.

D) Usando las expresiones algebraicas del inciso C, escribe las tres ecuaciones que modelan el problema.

E) Resuelve el sistema de ecuaciones resultante mediante algún método que recuerdes y responde a la pregunta del problema planteado.

DESARROLL

En Matemáticas 2 estudiarás Geometría plana y Trigonometría, donde resolverás triángulos (encontrar las medidas de los lados y ángulos interiores) por los métodos establecidos para ello como: Teorema de Pitágoras, Razones Trigonométricas, Ley de Senos y Ley de Cosenos. Con frecuencia se solicita en los libros de álgebra resolver triángulos donde se dan ciertas características de las medidas de los ángulos interiores o lados y se solicita obtener sus medidas.

Algo que resulta atractivo desde el punto de vista de las matemáticas, es la posibilidad que ofrecen de utilizar a los sistemas de ecuaciones lineales (3X3) para modelar situaciones de este tipo. Tal es el caso del problema que se presenta a continuación, relacionado con encontrar la medida de los ángulos interiores de un triángulo dado ciertas condiciones.

ACTIVIDAD 2

SD7.2 - B7

Organizados en binas, resuelvan el siguiente problema completando la tabla de acuerdo a lo que se solicita y respondan a las preguntas planteadas.

"En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es de 180°. Encuentra la medida de los ángulos interiores de un triángulo, si el ángulo mayor excede al mediano en 10° y la suma del ángulo menor y el mayor equivale al doble del mediano".

A) En la siguiente tabla propongan medidas para el ángulo mediano y con base en ello, llenen cada columna de la tabla según el encabezado, escribiendo en el renglón correspondiente las operaciones y su resultado. Se trata de encontrar la solución al problema con el llenado de la tabla, por lo que deben tener presente las condiciones del problema y la relación entre las columnas. Cada vez que realicen un intento, verifiquen si ya tienen la solución o qué ajustes tienen que hacer a la medida del ángulo mediano para poder dar respuesta al problema. Solamente en un renglón se reflejará la solución.

Medida del ángulo mediano.	Medida del ángulo mayor.	Medida del ángulo menor.	Suma de las medidas de los ángulos mayor y menor.	Doble de la medida del ángulo mediano.

B) Señalen con una flecha el renglón donde se encuentra la solución ¿Cuánto mide cada ángulo interior?

C) Generalizando el problema: nombren con una letra la medida del ángulo mediano (columna 1), con otra letra la medida del ángulo mayor (columna 2) y con otra letra a la medida del ángulo menor (columna 3); con base en ello, encuentren una expresión algebraica que represente las operaciones realizadas en cada columna de la tabla.

D) Usando las expresiones del inciso C, escriban las tres ecuaciones algebraicas que modelan el problema

E) Construyan la gráfica del sistema 3X3 resultante, mediante el software Math Lab.

F) Resuelvan el sistema de ecuaciones resultante mediante algún método algebraico que recuerden y respondan a la pregunta del problema planteado.

En el problema de la actividad de inicio, debieron llegar a las siguientes ecuaciones si utilizaron las letras "x" , "y" , "z" como las incógnitas del problema para representar las edades actuales de Sandra, Yolanda y José, respectivamente:

$$y = 2x + 17 \quad \text{Ec. 1}$$
$$z = x - 3 \quad \text{Ec. 2}$$
$$x + y + z = 74 \quad \text{Ec. 3}$$

Usando TICS:

En el siguiente enlace encontrarás videos que te apoyarán por si tienes dudas para resolver un sistema 3X3.

http://www.math2mecom/playlist/algebra

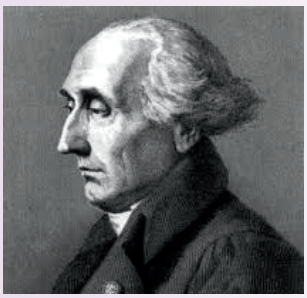
Un sistema 3X3 se caracteriza por tener tres incógnitas y por lo tanto se deben de tener tres ecuaciones para poder encontrar los valores de las incógnitas que satisfagan simultáneamente las tres ecuaciones.

Al igual que en los sistemas 2X2, existen métodos numéricos, algebraicos y gráficos para resolver el sistema de ecuaciones, tales como:

a) Sustitución.
b) Igualación.
c) Suma o resta.
d) Determinantes.
e) Gráfico.

A continuación se ilustra el desarrollo del método de determinantes y el de sustitución y posteriormente el método gráfico, tomando como ejemplo el sistema de ecuaciones lineales que arrojó la actividad de inicio de esta secuencia. Se deja como investigación la solución del sistema por los métodos de igualación y suma o resta.

MÉTODO DE DETERMINANTES.



Pierre Sarrus

¿Quién fue?

Matemático francés que publicó numerosas obras sobre la resolución de ecuaciones con varias incógnitas. Se le debe la regla de Sarrus, para el cálculo de determinantes.

El método de determinantes es un método numérico que tiene la ventaja de no ocupar las literales, es decir, de las ecuaciones solo se utilizan los coeficientes numéricos de las variables y los términos independientes. Este método difiere al aplicado en el sistema 2X2.

Saber más...

Recuerda que los coeficientes numéricos de las variables son: a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3; y los términos independientes son: d1, d_2, d_3.

Se procede como sigue:

El sistema 3X3 se puede representar de manera general así:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Para aplicar el método, es necesario encontrar el valor de los determinantes del sistema:

Determinante general:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix} = (a_1\,b_2\,c_3 + b_1\,c_2\,a_3 + c_1\,a_2\,b_3) - (a_3\,b_2\,c_1 + b_3\,c_2\,a_1 + c_3\,a_2\,b_1)$$

Determinante en "x"

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \\ d_3 & b_3 \end{matrix} = (d_1\, b_2\, c_3 + b_1\, c_2\, d_3 + c_1\, d_2\, b_3) - (d_3\, b_2\, c_1 + b_3\, c_2\, d_1 + c_3\, d_2\, b_1)$$

Determinante en "y"

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \\ a_3 & d_3 \end{matrix} = (a_1\, d_2\, c_3 + d_1\, c_2\, a_3 + c_1\, a_2\, d_3) - (a_3\, d_2\, c_1 + d_3\, c_2\, a_1 + c_3\, a_2\, d_1)$$

Determinante en "z"

$$D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix} = (a_1\, b_2\, d_3 + b_1\, d_2\, a_3 + d_1\, a_2\, b_3) - (a_3\, b_2\, d_1 + b_3\, d_2\, a_1 + d_3\, a_2\, b_1)$$

Para determinar los valores de las incógnitas, se aplican las siguientes fórmulas:

$$x = \frac{D_x}{D}\ ; \quad y = \frac{D_y}{D}\ ; \quad z = \frac{D_z}{D}$$

Para el caso que nos ocupa, el sistema es:

$$y = 2x + 17$$
$$z = x - 3$$
$$x + y + z = 74$$

Acomodando las ecuaciones para aplicar el método de determinantes:

$$-2x + y = 17$$
$$-x + z = -3$$
$$x + y + z = 74$$

Se calculan los valores de los determinantes como sigue:

Nota: Si un término no aparece en la ecuación, el coeficiente numérico es cero y así se sustituye en las fórmulas.

Determinante general:

$$D = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix} = [(-2)(0)(1) + (1)(1)(1) + (0)(-1)(1)] - [(1)(0)(0) + (1)(1)(-2) + (1)(-1)(1)]$$
$$= [0 + 1 - 0] - [0 - 2 - 1] = (1) - (-3) = 1 + 3 = 4$$

Determinante en "x"

$$D_x = \begin{vmatrix} 17 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 74 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 17 & 1 \\ -3 & 0 \\ 74 & 1 \end{matrix} = [(17)(0)(1) + (1)(1)(74) + (0)(-3)(1)] - [(74)(0)(0) + (1)(1)(17) + (1)(-3)(1)]$$
$$= [0 + 74 - 0] - [0 + 17 - 3] = (74) - (14) = 60$$

Determinante en "y"

$$D_y = \begin{vmatrix} -2 & 17 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 1 & 74 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & 17 \\ -1 & -3 \\ 1 & 74 \end{matrix} = [(-2)(-3)(1) + (17)(1)(1) + (0)(-1)(74)] - [(1)(-3)(0) + (74)(1)(-2) + (1)(-1)(17)]$$
$$= [6 + 17 - 0] - [0 + 148 - 17] = (23) - (-165) = 23 + 165 = 188$$

Determinante en "z"

$$D_z = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 17 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 74 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix} = [(-2)(0)(74) + (1)(-3)(1) + (17)(-1)(1)] - [(1)(0)(17) + (1)(-3)(-2) + (74)(-1)(1)]$$
$$= [0 - 3 - 17] - [0 + 6 - 74] = (-20) - (-68) = -20 + 68 = 48$$

Para determinar los valores de las incógnitas, se aplican las siguientes fórmulas:"

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{60}{4} = 15$ Por lo que Sandra tiene 15 años.

$y = \frac{D_y}{D} = \frac{188}{4} = 47$ Por lo que la edad de Yolanda es de 47 años.

$z = \frac{D_z}{D} = \frac{48}{4} = 12$ Siendo esta la edad de José.

Para verificar si las edades encontradas son las correctas, se sustituyen los valores en las ecuaciones originales, o bien se leen las condiciones del problema y se verifica que se cumplan:
Sustituyendo "x" , "y" en Ec. 1

$$y=2x+17$$
$$47=2(15)+17$$
$$47=30+17$$
$$47=47$$

Sustituyendo "x" , "z" en Ec. 2

$$z=x-3$$
$$12=15-3$$
$$12=12$$

Sustituyendo "x" , "y" , "z" en Ec. 3

$$x + y + z=74$$
$$15+47+12=74$$
$$74=74$$

Como los valores ***satisfacen simultáneamente las tres ecuaciones***, entonces son las edades correctas. Estas edades coinciden con las encontradas en el llenado de la tabla de la actividad de inicio y con las condiciones del problema.

Se pueden aplicar los métodos de sustitución, igualación y suma o resta al igual que para un sistema 2X2. Se trata de eliminar una literal que aparezca en las tres ecuaciones, de tal manera que resulte un sistema 2X2, el cual se puede resolver como se mostró en la secuencia didáctica anterior.

A continuación se ejemplifica el método de sustitución.

Sustituyendo el valor de "y" de la primera ecuación y el valor de "z" de la segunda ecuación, en la ecuación 3 con la finalidad de obtener el valor de "x":

$$x + y + z = 74 \quad \text{Ec. 3}$$

Sustituyendo "y" de Ec. 1 y "z" de Ec. 2

$$x + (2x+17) + (x-3) = 74$$

realizando las operaciones:

$$x + 2x + 17 + x - 3 = 74$$
$$4x + 14 = 74$$
$$4x = 74 - 14$$
$$4x = 60$$
$$x = \frac{60}{4} = 15$$

Sustituyendo el valor de "x" en la segunda ecuación para obtener "z":

$$z = x - 3 = 15 - 3 = 12$$
$$z = 12.$$

Sustituyendo el valor de "x" en la primera ecuación para obtener "y":

$$y = 2x + 17 = 2(15) + 17 = 30 + 17 = 47$$
$$y = 47.$$

Cuyos valores coinciden con los encontrados por el método de determinantes.

¿Sabías qué?

No importa el método que uses para resolver un sistema 3X3, siempre llegarás al mismo resultado con cualquiera de ellos.

ACTIVIDAD 3

SD7.2 - B7

Trata de aplicar los métodos de igualación y suma o resta para resolver este mismo sistema. Para ello, trata de eliminar una incógnita que aparezca en las tres ecuaciones.

Aplica los métodos establecidos para un sistema 3X3 para resolver el problema de la medida de los ángulos interiores del triángulo. Los resultados deben coincidir con los valores encontrados en el llenado de la tabla correspondiente.

ACTIVIDAD 4

SD7.2 - B7

En tu cuaderno y de manera individual, responde a los siguientes cuestionamientos.

Para conocer las características de un sistema 3X3, es necesario graficar las ecuaciones que conforman el sistema. Previo al desarrollo de esta actividad, deberás contar con la descarga del software Math Lab en tu celular.

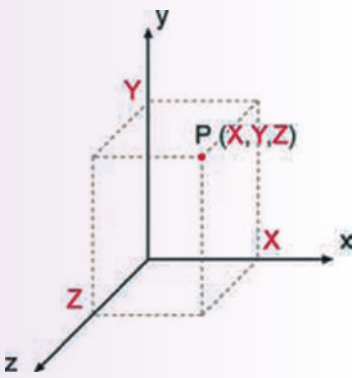
1.Con el apoyo del software Math Lab, grafica en un plano x,y,z (tercera dimensión) las tres ecuaciones del sistema que modelan el problema de la actividad de inicio de la secuencia didáctica 7.2. Observa la gráfica de cada ecuación:

a) ¿Qué forma tienen?
b) ¿Existirá algún punto donde las tres gráficas coinciden (punto de intersección)?

2.Al resolver el sistema 3X3 anterior mediante algún método algebraico establecido para ello. ¿Qué concluyes?

Así como en los sistemas 2X2 las gráficas de las ecuaciones representan rectas, las ecuaciones de los sistemas 3X3 representan planos y el punto de intersección de los tres planos es la solución del sistema; este punto se representa como **P(x,y,z)**. Para el caso de la solución del problema de la actividad de inicio de esta secuencia, el punto de intersección de los tres planos es P(15,47,12). También puede haber sistemas que tengan una infinidad de soluciones, o bien no tener ninguna.

Las gráficas se trazan en un espacio tridimensional cuyos ejes de coordenadas son x, y, z, tal como se muestra en la siguiente figura:



A continuación se presenta una esquematización de algunos casos que se pueden presentar. Se hace la aclaración que sólo es para tener una idea de su representación gráfica, por lo que no aparecen los ejes de coordenadas.

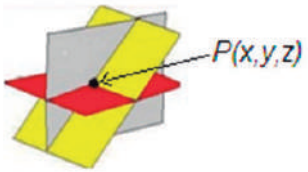
Los casos que se pueden presentar en las soluciones gráficas de un sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas (sistemas 3X3), son:

Glosario

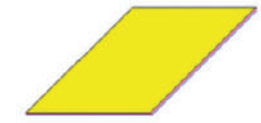
Plano

Un plano es una superficie plana sin espesor. Se extiende hacia el infinito. En geometría, es la superficie en la que puede haber una línea recta en cualquier posición.

Solución única: los tres planos se cruzan en un punto **P(x,y,z).**



Infinidad de soluciones: Los tres planos son coincidentes, es decir se sobreponen, o los tres planos se intersectan en una recta.

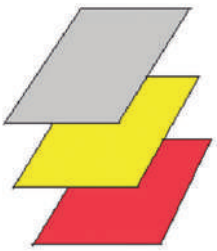


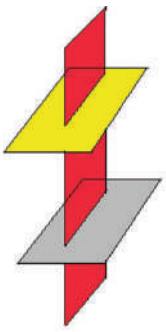
Los tres planos son coincidentes o se sobreponen

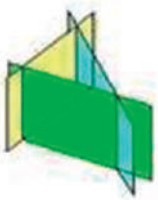
¿Sabías qué?

Describir la ubicación de un cuerpo en el mundo en que vivimos requiere de tres números, que corresponden a las coordenadas del espacio tridimensional, en general, x,y,z.

Sin solución: Los tres planos pueden ser: paralelos, dos planos paralelos cortados por un tercer plano, los planos se intersectan de dos a dos.







Al igual que en los sistemas 2x2, los métodos numéricos y algebraicos solo funcionan en sistemas 3x3 que tienen solución única.

La práctica hace al maestro

¿Sabías qué?

El japonés Seki kowa introdujo los determinantes de orden 3 y 4 en la misma época que el Alemán Gottfried Leibniz.

ACTIVIDAD 5

SD7.2 - B7

De manera individual resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas (3X3) por el método indicado:

a) $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ -x + y + z = 0 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$ (Suma y resta).

b) $\begin{cases} -x + 2y - z = 13 \\ y = 3x + z \\ x = 2y + 7 \end{cases}$ (igualación).

c) $\begin{cases} x + y + z = 16 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x - 2y + 3z = 4 \end{cases}$ (Sustitución).

d) $\begin{cases} x + y + z = {}^{5}/_{12} \\ 24x - 12y + 12z = 5 \\ x - 2y - 3z = 1 \end{cases}$ (El que prefieras).

e) $\begin{cases} x + 2y + z = -6 \\ 4x - 6y - 2z = 3 \\ -2x + 2y - 2z = 3 \end{cases}$ (Por determinantes).

CIERRE

Logros

ACTIVIDAD 6

SD7.2 - B7

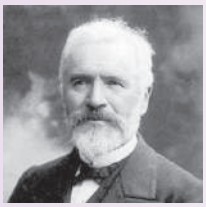
Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

Organizados en binas, plantea y resuelve en tu cuaderno los siguientes problemas:

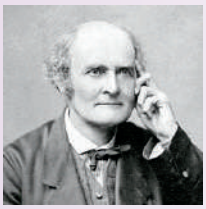
1. La suma de los tres ángulos de un triángulo es 180 grados. La suma del mayor y el mediano es 135 grados, y la suma del mediano y el menor es 110 grados. **Encuentren la medida de los tres ángulos.**
2. La suma de tres números es 7. La suma del doble del menor y el mediano equivale al mayor, y la diferencia del mayor y el menor equivale al mediano aumentado en uno. **Encuentren los tres números.**
3. Un hombre tiene 110 animales entre vacas, caballos y terneros; un 1/8 del número de vacas, más 1/9 del número de caballos, más 1/5 del número de terneros equivale a 15, y la suma del número de terneros con el de vacas es de 65. **¿Cuántos animales de cada especie tiene?**
4. Si Ana le da un peso a Clara, ambas tienen lo mismo; si Blanca tuviera un peso menos, tendría lo mismo que Clara, y si Ana tuviera cinco pesos más, tendría tanto como el doble de lo que tiene Clara. **¿Cuánto dinero tiene cada una?**
5. En la tienda Soriana: 5 kilos de azúcar, 3 de papas y 4 kg de frijoles, cuestan 182 pesos; 4 kg de azúcar, 5 de papas y 3 de frijoles, cuestan 176 pesos; 2 kilos de azúcar, uno de papas y 2 de frijoles, cuestan 77 pesos. **Encuentren el precio de un kilo de cada mercancía.**
6. Un número entre 100 y 999 es 28 veces la suma de sus dígitos. El dígito de las unidades es el doble del dígito de las decenas y tres más que el dígito de las centenas. **Encuentren el número.**
7. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. **Determinen las edades respectivas.**

Para evaluar el logro de las competencias genérica y disciplinar (mismas que se enuncian al inicio del bloque y en la sección "de entrada" de la secuencia didáctica 7.2, respectivamente), utiliza el siguiente ***cuadro de semaforización***, marcando el logro de dichas competencias con una palomita en el color correspondiente.

Karl Gauss (1777 - 1855)



Camille Jordan (1838 - 1922)



Arthur Cayley (1821 - 1895)

¿Quién fue?

La solución de sistemas de ecuaciones data de hace varios siglos atrás. Existe un método para resolver un sistema de ecuaciones lineales usando matrices, llamado método de eliminación de Gauss – Jordan, gracias a Karl Gauss y Camille Jordan. Actualmente se utiliza este método para resolver grandes sistemas en la computadora. La teoría de matrices fue desarrollada en 1857 por Arthur Cayley. Las matrices tienen mucha utilidad en todas las áreas de matemáticas y en otras áreas del saber.

Instrumento de evaluación

Competencia genérica		
5.1		No sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, ni comprende como cada uno de los pasos de los métodos establecidos para resolver un sistema 3x3 contribuyen en la solución de dicho sistema.
		Presenta dificultades para seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, así como para comprender como cada uno de los pasos de los métodos establecidos para resolver un sistema 3x3 contribuyen en la solución de dicho sistema.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva para dar solución a un sistema 3x3, mediante los métodos establecidos, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de ese objetivo.
Competencia disciplinar		
1		No construye ni interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 3X3.
		Presenta dificultades para construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 3X3.
		Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales que involucran sistemas 3X3.

Autoevaluación

Selecciona la opción correcta en cada uno de los siguientes planteamientos:

1.Gráficamente, un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, representa

a) Dos rectas.
b) Dos planos.
c) Dos puntos.
d) Tres puntos.

2.Gráficamente, un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, representa:

a) Tres rectas.
b) Tres planos.
c) Dos puntos.
d) Tres puntos.

3.La solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, cuando tiene solución única, representa:

a) El punto de intersección de las dos rectas.
b) El punto de intersección de los tres planos.
c) Dos rectas que se cruzan.
d) Tres planos que se cruzan.

4.La solución de un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, cuando tiene solución única, representa:

a) El punto de intersección de las dos rectas.
b) El punto de intersección de los tres planos.
c) Dos rectas que se cruzan.
d) Tres planos que se cruzan.

5.En un sistema 2X2, cuando las rectas son coincidentes ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? ¿Qué nombre recibe este sistema?

a) Ninguna solución; inconsistente.
b) Una solución; consistente.
c) Dos soluciones; independiente.
d) Infinidad de soluciones; dependiente.

6.En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es el método que consiste en despejar de ambas ecuaciones la misma incógnita, para después igualar los resultados obtenidos, quedando una ecuación de primer grado con una incógnita, que al resolverse se encuentra el valor de la incógnita que permanece

a) Sustitución.
b) Suma y resta.
c) Igualación.
d) Determinantes.

7.¿Para qué tipo de sistemas funcionan los métodos algebraicos y de determinantes?

a) Consistente.
b) Inconsistente.
c) Dependiente.
d) Independiente.

8.Es la temperatura en la que coinciden los grados centígrados (°C) y los grados Fahrenheit (°F). Recuerda que las fórmulas que relacionan ambas escalas son:

$$°F = \frac{9}{5} °C + 32$$

$$°C = \frac{5}{9} (°F - 32)$$

a) - 40
b) 0
c) 40
d) 100

9.Si a una fracción se le disminuye una unidad al numerador y se le aumentan dos unidades al denominador, la fracción resultante es 1/5 ; pero si al numerador se le aumentan cinco unidades y al denominador se le disminuye una unidad, resulta la fracción 7/2. Si se representa al numerador con "x" y al denominador con "y", las ecuaciones que ayudarán a resolver el problema son:

a) 5x-y=7; 2x-7y=17
b)5x-y=-7; 2x-7y=-17
c) 5x+y=7; 2x+7y=-17
d)5x-y=7; 2x-7y=-17

10. La suma de tres números es igual a 56. El tercer número equivale al doble del primero y la suma de los dos primeros números excede al tercero en 8 unidades. El segundo número es:

a) 12.
b) 16.
c) 20.
d) 24.

Instrumento de evaluación

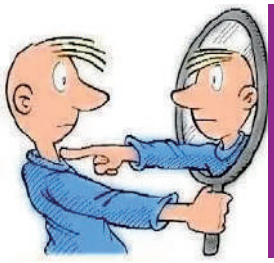
Al final del bloque aparecen las respuestas de este apartado (autoevaluación) con la finalidad de que evalúes tu desempeño en este bloque, mediante la siguiente escala estimativa:

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7, como **REGULAR**; y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que es necesario refuerces el contenido de este bloque.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** ➢ Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. ➢ Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Estas competencias serán alcanzadas si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE**.	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



I. Resuelve en tu cuaderno los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y compara tus resultados y procedimientos con tres de tus compañeros.

a) Por método de suma o resta.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 66 \\ 4x - 2y = 22 \end{cases}$$

b) Por método de sustitución.

$$\begin{cases} -x - y + z = 3 \\ 2x - 3z = 13 \\ y - 2z = 2 \end{cases}$$

c) Por método de determinantes.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y - z = -3 \\ x + 3y - 2z = 1 \end{cases}$$

d) Por método gráfico.

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 36 \end{cases}$$

II. Resuelve los siguientes problemas y compara los resultados con uno de tus compañeros.

a) El perímetro de un rectángulo es de 42 cm y el largo mide el doble del ancho disminuido en 3 cm. Encuentra las dimensiones del rectángulo.

b) Luis Carlos y Verónica son esposos y tienen un hijo de nombre Maximiliano. La suma de sus edades es igual a 70 años. Luis Carlos es 5 años mayor que su esposa y la suma de las edades de Verónica y Maximiliano equivale a la edad de Luis Carlos. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

REFERENCIAS:

Electrónicas:

- http://www.neoteo.com/el-papiro-de-rhind-matematica-antigua
- https://es.wikipedia.org/wiki/Gabriel_Cramer
- http://www.biografiasyvidas.com/biografia/c/cramer.htm
- http://facultad.bayamon.inter.edu/smejias/precalculo/conferencia/defsistem.htm
- http://www.biografiasyvidas.com/biografia/s/sarrus.htm
- https://es.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes
- https://es.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Leibniz
- https://es.wikipedia.org/wiki/Seki_K%C5%8Dwa
- https://es.wikipedia.org/wiki/Arthur_Cayley
- https://es.wikipedia.org/wiki/Camille_Jordan
- https://es.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss
- http://cursoscienciasbasicas.blogspot.mx/2013/10/unidad-3-sistemas-de-ecuaciones.html
- http://10ejemplos.com/10-ejemplos-de-mezclas-homogeneas-y-heterogeneas
- http://www.transclor.com.ar/
- http://www.construmatica.com/construpedia/Encargado_de_Obra_-_Topograf%C3%ADa:_Representaci%C3%B3n_del_Relieve._Planos_Acotados
- https://www.google.com.mx/search?q=imagenes+de+triangulos&espv=2&biw=994&bih=468&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwjk98yxm5TNAhUIyGMKHfUnAcAQ7AkINA&dpr=1#tbm=isch&q=imagenes+de+triangulos+animados&imgrc=KuK5hIOXYnBzgM%3A
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/definiciones/plano-geometria-.html
- http://es.thefreedictionary.com/plano

Bloque 8

Resuelve ecuaciones cuadráticas.

Objetos de aprendizaje

¿Qué aprenderé?

- Identificando una ecuación cuadrática con una incógnita.
- Identificando del discriminante de una ecuación cuadrática con una incógnita.
- Identificando los tipos de solución de una ecuación cuadrática con una incógnita.
- Usando diferentes técnicas para resolver ecuaciones cuadráticas con una incógnita.
- Describiendo el comportamiento de los resultados al resolver problemas de ecuaciones cuadráticas con una incógnita.

Desempeños del estudiante

¿Cómo lo aprenderé?

- Construir e interpretar modelos matemáticos sencillos sobre diferentes situaciones de su entorno, utilizando modelación de ecuaciones cuadráticas con una incógnita.
- Construir, interpretar y resolver el modelo matemático propio de la ecuación cuadrática con una incógnita mediante procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales, para la comprensión, análisis y solución de situaciones reales.
- Construye, interpreta y resuelve el modelo matemático propio de la ecuación cuadrática con una incógnita mediante procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales, para la comprensión, análisis y solución de situaciones reales.
- Resolver ejercicios que involucran a la ecuación cuadrática aplicando diferentes métodos tales como factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto y la fórmula general.
- Analizar los resultados obtenidos para determinar si se trata de una solución real o compleja.

Competencias disciplinares a desarrollar

Me servirá para:

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Construye e interpreta el modelo matemático propio de la ecuación cuadrática con una incógnita mediante la de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Resuelve ejercicios que involucran a la ecuación cuadrática aplicando diferentes métodos tales como factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto y la fórmula general.
- Interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos algebraicos y los contrasta con modelos establecidos.
- Analiza los resultados obtenidos para determinar si se trata de una solución real o compleja.
- Aporta puntos de vista con apertura y considera los de las otras personas de manera reflexiva.

Tiempo asignado: 7 horas

Evaluación diagnóstica

Selecciona la letra que corresponda a la respuesta correcta y anótala dentro de los paréntesis:

1. ( ) La expresión que representa la factorización de $x^2 + 4x$ es:

   A) $(x + 2x)(2)$
   B) $(x + 4)(x)$
   C) $(x + 2)(x + 2x)$
   D) $(x + 4)(x + 1)$

2. ( ) Es el resultado de factorizar la expresión $x^2 - 16$ es:

   A) $(x + 8)(x - 2)$
   B) $(x + 4)(4 - x)$
   C) $(x + 4)(x - 4)$
   D) $(x - 8)(x + 2)$

3. ( ) Es el resultado de factorizar la expresión $x^2 + 6x - 27$ es:

   A) $(x + 9)(x - 3)$
   B) $(x - 9)(x + 3)$
   C) $(x^2 - 9)(3)$
   D) $(x + 27)(x - 1)$

4. ( ) La expresión que representa la factorización de $6x^2 + 29x - 5$ es:

   A) $(6x - 1)(x + 5)$
   B) $(3x + 5)(2x - 1)$
   C) $(6x + 5)(x - 1)$
   D) $(3x - 5)(2x + 1)$

5. ( ) Si factorizamos la expresión $4x^2 + 20x + 25$ obtenemos:

A) $(2x + 5)^2$
B) $(2x - 5)^2$
C) $(4x + 5)(x + 5)$
D) $(4x - 5)(x - 5)$

6. ( ) La solución de la ecuación $x + 8 = 10$ es:

A) 2
B) 8
C) 10
D) 18

7. ( ) Es la solución de la ecuación $4x - 3 = 2x + 5$:

A) $\frac{2}{6}$
B) 1
C) $\frac{8}{6}$
D) 4

8. ( ) Es la solución del sistema $\begin{matrix} x + y = 9 \\ x - y = 1 \end{matrix}$

A) (1,8)
B) (2,1)
C) (4,5)
D) (5,4)

9. ( ) Es la solución del sistema $\begin{matrix} x + 2y + z = 8 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ x + 3y - z = 4 \end{matrix}$:

A) (1,2,3)
B) (2,1.3)
C) (1,3,2)
D) (3,2,1)

10. ( ) Es una de las soluciones de la ecuación $x^2 - 4 = 12$:

A) 4
B) 8
C) 12
D) 16

Secuencia didáctica 8.1

Método para resolver **ecuaciones cuadráticas** completas e incompletas.

De entrada

Al término de esta secuencia podrás resolver ecuaciones cuadráticas con una incógnita. Además, identificarás la forma básica de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita $Ax^2 + Bx + C = 0$ y encontrarás su solución utilizando diversas técnicas algebraicas.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas cotidianos que involucren el planteamiento de una ecuación cuadrática con una incógnita.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Además como producto principal, podrás resolver varias situaciones de nuestro entorno donde para encontrar respuesta se requiera el uso de una ecuación cuadrática con una incógnita.

INICI

ACTIVIDAD 1

SD8.1- B8

En equipos de cinco integrantes, respondan las preguntas del problema que se presenta a continuación.

"En un torneo de ajedrez cada jugador juega una vez con cada uno de los jugadores restantes. Si en total se juegan 66 partidas, ¿cuántos jugadores toman parte en el torneo?"

1) Cada integrante del equipo resolverá el problema anterior suponiendo que en total hay 3, 4, 5, 6, y 7 jugadores (un número de jugadores para cada integrante).
2) Para mayor facilidad se recomienda que asignen un nombre a cada jugador y utilicen la inicial de ese nombre para anotar las partidas que les tocará jugar a cada uno.

Por ejemplo, si en el torneo participarán sólo dos jugadores, supongamos que los nombres de ellos sean Elías y Ángel, entonces la única partida estaría formada de la siguiente manera:

E – A

Cada uno jugaría un solo juego y en total se jugaría una sola partida.

3) Cada integrante del equipo después de haber realizado la actividad deberá responder los siguientes cuestionamientos:

   a) ¿Cuántos juegos juega cada uno?_____

   b) ¿Cuántas partidas en total se juegan?_____

ACTIVIDAD 2

SD8.1- B8

(Institucionalizando): Con los datos arrojados en la actividad anterior por cada integrante del equipo. Completar la siguiente tabla:

Número de jugadores.	Número de juegos que juega cada uno.	Total de partidas (juegos) que se realizan.
3		
4		
5		
6		
7		

(Generalizando): Utilizando los resultados de la tabla anterior. Completar la siguiente tabla:

Número de jugadores.	Número de juegos que juega cada uno.	Total de partidas (juegos) que se realizan.
8		
9		
10		
. . .		
x		

Para dar respuesta al problema planteado, tendrás que resolver la ecuación $\frac{(x)(x-1)}{2} = 66$ o bien realizando el desarrollo y simplificando $x^2 - x - 132 = 0$

Lo que estarás aprendiendo en el desarrollo de este bloque.

DESARROLL

La forma general de una ecuación cuadrática (o de segundo grado) con una incógnita es: $Ax^2 + Bx + C = 0$

Donde:

Ax^2 representa el término cuadrático (o de segundo grado) donde:
A es el coeficiente del término cuadrático.
Bx representa el término lineal (o de primer grado) donde:
B es el coeficiente del término lineal.
C representa el término constante.

Si una ecuación cuadrática consta de sus tres términos, se dice que es una **ECUACIÓN CUADRÁTICA COMPLETA**.

Si una ecuación cuadrática le falta el término lineal o el término constante, se dice que es una **ECUACIÓN CUADRÁTICA INCOMPLETA**.

Ejemplos: De las siguientes ecuaciones cuadráticas con una incógnita, indique cuáles son completas y cuáles incompletas:

1) $3x^2 + 2x = 0$ Es una ecuación incompleta dado que falta el término constante.

2) $x^2 - x + 6 = 0$ Es una ecuación completa dado que consta de los tres términos.

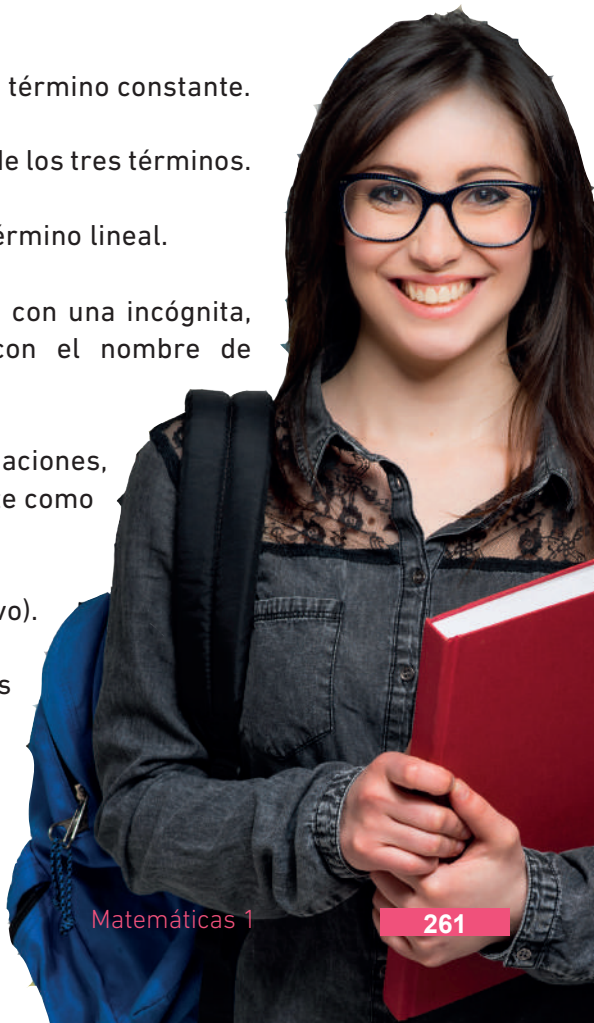
3) $6x^2 - 9 = 0$ Es una ecuación incompleta dado que falta el término lineal.

Para saber el tipo de solución de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita, es necesario analizar el valor de $B^2 - 4AC$, conocido con el nombre de **DISCRIMINANTE DE LA ECUACIÓN.**

Se pueden presentar tres casos de solución para este tipo de ecuaciones, los cuales se clasifican dependiendo del valor del discriminante como se menciona a continuación:

1) Si $B^2 - 4AC > 0$ (es decir el valor del discriminante es positivo).

La ecuación tiene **DOS SOLUCIONES REALES DIFERENTES** (dos números reales diferentes son los que satisfacen la ecuación).



2) Si $B^2 - 4AC = 0$ (es decir el valor del discriminante es cero).

La ecuación tiene **DOS SOLUCIONES REALES IGUALES (UNA SOLA SOLUCIÓN)** (dos números reales iguales son los que satisfacen la ecuación o bien un solo número real satisface la ecuación).

3) Si $B^2 - 4AC < 0$ (es decir el valor del discriminante es negativo).
La ecuación tiene **DOS SOLUCIONES IMAGINARIAS DIFERENTES** (dos números del conjunto de los números imaginarios o complejos son los que satisfacen la ecuación).

Ejemplos: Analizando el discriminante de la ecuación indique el tipo de solución de cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

1) $x^2 + 2x - 35 = 0$

Observando la ecuación tenemos que $A = 1, \quad B = 2, \quad y \quad C = -35$
Entonces:

$$B^2 - 4AC = (2)^2 - 4(1)(-35)$$
$$= 4 + 140$$
$$= 144 \ (Positivo)$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.

2) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Observando la ecuación tenemos que $A = 4, \quad B = 12, \quad y \quad C = 9$
Entonces:

$$B^2 - 4AC = (12)^2 - 4(4)(9)$$
$$= 144 - 144$$
$$= 0 \ (cero)$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones reales iguales o bien una solución real.

3) $4x^2 + 9 = 0$

Observando la ecuación tenemos que $A = 4, \quad B = 0, \quad y \quad C = 9$
Entonces:

$$B^2 - 4AC = (0)^2 - 4(4)(9)$$
$$= 0 - 144$$
$$= -144 \ (Negativo)$$

Por lo tanto, la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes.

ACTIVIDAD 3

SD8.1- B8

Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas, escribe sobre la línea el tipo de ecuación **COMPLETA O INCOMPLETA** y el tipo de solución según sea el caso, analizando el discriminante $(B^2 - 4AC)$, determine y escriba sobre la línea el tipo de solución de cada una de ellas.

ECUACIÓN	TIPO DE ECUACIÓN	TIPO DE SOLUCIÓN
1) $4x^2 + 6x$		
2) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x$		
3) $x^2 - 9$		
4) $x^2 + 16$		
5) $x^2 + 4x - 96$		
6) $4x^2 + 19x - 11$		
7) $6x^2 + 29x - 5$		
8) $x^2 + x + \frac{5}{2}$		
9) $36x^2 + 156x + 169$		
10) $x^2 + x + \frac{41}{2}$		

Para resolver la ecuación cuadrática existen varias formas para hacerlo, mencionaremos algunas de ellas:

FORMA 1: ECUACIONES INCOMPLETAS DE LA FORMA $Ax^2 + C = 0$

Aquí se recomienda hacer un simple despeje de la incógnita.

Ejemplos: Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $4x^2 - 16 = 0$

$$4x^2 = 16$$
$$x^2 = \frac{16}{4}$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4}$$
$$x = \pm 2$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$$

2) $2x^2 + 50 = 0$

$$2x^2 = -50$$
$$x^2 = -\frac{50}{2}$$
$$x^2 = -25$$
$$x = \pm\sqrt{-25}$$

Saber más...

Nota: Éste es un caso donde las soluciones son imaginarias para esto mencionaremos que el número imaginario $i = \sqrt{-1}$

De tal manera que:

$$x = \pm\sqrt{-25} = \pm\sqrt{(25)(-1)} = \pm\sqrt{25}\,\sqrt{-1} = \pm 5i$$
$$x_1 = -5i \qquad x_2 = 5i$$

FORMA 2: ECUACIONES INCOMPLETAS DE LA FORMA $Ax^2 + Bx = 0$

Aquí es recomendable factorizar la ecuación, utilizando el factor común e igualar a cero cada uno de los factores; y realizar el despeje correspondiente de la incógnita.

Ejemplos:

Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $8x^2 + 12x = 0$

$(4x)(2x + 3) = 0$

$4x = 0 \quad y \quad 2x + 3 = 0$

$x = \frac{0}{4} \qquad 2x = -3$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = -\frac{3}{2}$

2) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{2}x = 0$

$\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{2}x = 0\right)(6)$

$4x^2 - 15x = 0$

$(x)(4x - 15) = 0$

$x = 0 \quad y \quad 4x - 15 = 0$

$x_1 = 0 \qquad 4x = 15$

$x_2 = \frac{15}{4}$

ACTIVIDAD 4

SD8.1- B8

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $3x^2 - 27 = 0$

2) $5x^2 - 80 = 0$

3) $-2x^2 - 8 = 0$

4) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9} = 0$

5) $5x^2 + 180 = 0$

6) $2x^2 - 18 = 0$

7) $x^2 + 36 = 0$

8) $x^2 + 24 = 0$

9) $5x^2 + 125 = 0$

10) $3x^2 + 54 = 0$

11) $4x^2 - 24x = 0$

12) $8x - 2x^2 = 0$

13) $48x^2 + 32x = 0$

14) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x = 0$

15) $x^2 + 18x = 0$

16) $x^2 - x = 0$

17) $42x + 14x^2 = 0$

18) $12x^2 - 36x = 0$

19) $\frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{5}x = 0$

20) $5x^2 - 25x = 0$

FORMA 3: ECUACIONES COMPLETAS DE LA FORMA $Ax^2 + Bx + C = 0$

Te presentaremos TRES maneras de resolver este tipo de ecuaciones:

I. Factorizando (Si es posible).

ACTIVIDAD 5

SD8.1- B8

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $x^2 - 11x - 60 = 0$

$(x - 15)(x + 4) = 0$

$x - 15 = 0 \quad y \quad x + 4 = 0$

$x = 15 \qquad x = -4$

$x_1 = 15 \qquad x_2 = -4$

2) $4x^2 + 8x + 3 = 0$

$\left(4x^2 + 8x + 3\right)\left(\frac{4}{4}\right)$

$\frac{16x^2 + 8(4x) + 12}{4} = 0$

$\frac{(4x + 6)(4x + 2)}{(2)\qquad(2)} = 0$

$(2x + 3)(2x + 1) = 0$

$2x + 3 = 0 \quad y \quad 2x + 1 = 0$

$2x = -3 \qquad 2x = -1$

$x_1 = -\frac{3}{2} \qquad x_2 = -\frac{1}{2}$

II. Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto(TCP).

ACTIVIDAD 6

SD8.1- B8

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $x^2 - 11x - 60 = 0$

$$x^2 - 11x = 60$$

$$x^2 - 11x + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 = 60 + \left(-\frac{11}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 11x + \frac{121}{4} = 60 + \frac{121}{4}$$

$$\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{361}{4}$$

$$x - \frac{11}{2} = \pm\sqrt{\frac{361}{4}}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{361}{4}} + \frac{11}{2}$$

$$x = \pm\frac{19}{2} + \frac{11}{2}$$

$$x_1 = -\frac{19}{2} + \frac{11}{2} \qquad x_2 = \frac{19}{2} + \frac{11}{2}$$

$$x_1 = -\frac{8}{2} \qquad x_2 = \frac{30}{2}$$

$$x_1 = -4 \qquad x_2 = 15$$

2) $4x^2+8x+3 = 0$

Para completar el trinomio cuadrado perfecto es necesario que el coeficiente de la Variable que está elevada al cuadrado sea igual a uno.

Esto significa que primero será necesario dividir toda la ecuación entre ese coeficiente.

$$(4x^2+8x+3 = 0) \div 4$$

$$x^2 + 2x + \frac{3}{4} = 0$$

y procedemos a completar el TCP.

$$x^2 + 2x = -\frac{3}{4}$$

$$x^2 + 2x + 1 = -\frac{3}{4} + 1$$

$$(x+1)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x + 1 = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$x + 1 = \pm\frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{2} - 1$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} - 1 \qquad x_2 = \frac{1}{2} - 1$$

$$x_1 = -\frac{3}{2} \qquad x_2 = -\frac{1}{2}$$

III. Utilizando la fórmula general para la solución de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita, la cual es:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

1) $x^2 - 11x - 60 = 0$

$A = 1 \quad B = -11 \quad C = -60$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(1)(-60)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 240}}{2}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2}$$

$$x = \frac{11 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{11 - 19}{2} \qquad x_2 = \frac{11 + 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{-8}{2} \qquad x_2 = \frac{30}{2}$$

$x_1 = -4 \qquad x_2 = 15$

Saber más...

Teorema de Cardano – Vieta

Para toda ecuación cuadrática de la forma:

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

De raíces (soluciones) x_1, x_2 se cumplen los siguientes dos aspectos:

Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$$

Producto de raíces:

$$(x_1)(x_2) = \frac{C}{A}$$

ACTIVIDAD 7

SD8.1- B8

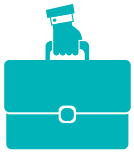
Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando el método de su preferencia (factorizando si es posible, completando el trinomio cuadrado perfecto o la fórmula general):

1) $x^2 - 4x - 96 = 0$
2) $x^2 + 7x + 12 = 0$
3) $x^2 + 2x - 255 = 0$
4) $6x^2 + 31x + 35 = 0$
5) $6x^2 - 43x + 7 = 0$
6) $x^2 + x + \frac{13}{2} = 0$
7) $2x^2 + 2x - 5 = 0$
8) $x^2 + 3x - \frac{25}{4} = 0$
9) $5x^2 - 4x + 1 = 0$
10) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

ACTIVIDAD 8

SD8.1- B8

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.



I. Señala cuáles de las siguientes ecuaciones cuadráticas son completas y cuáles son incompletas, en las que sean incompletas, especifica cual es el término (lineal o constante) que hace falta.

II. Utilizando el valor del discriminante de la ecuación $(B^2 - 4AC)$, indica el tipo de solución de cada una de ellas.

III. Resuelve cada una de las ecuaciones utilizando el método de tu preferencia (despejando, factorizando si es posible, completando el trinomio cuadrado perfecto o la fórmula general):

1) $11x^2 - 44 = 0$

2) $15x^2 - 25 = 0$

3) $-5x^2 - 350 = 55$

4) $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{25} = 0$

5) $x^2 + 10 = 0$

6) $2x^2 - 18x = 0$

7) $18x^2 + 36x = 0$

8) $36x^2 + 36 = 12$

9) $x^2 + x = 0$

10) $3x^2 + 4x = 0$

11) $3x^2 - 2x - 117 = 2x^2 - 2x$

12) $x^2 + 4x - 165 = 0$

13) $x^2 + 23x + 15 = 5x - 30$

14) $x^2 - 40x + 144 = 0$

15) $4x^2 - 9x + 21 = 3x^2 - 9x - 60$

16) $6x^2 - 23x - 35 = 0$

17) $10x^2 - 37x + 40 = 4x^2 - 16$

18) $4x^2 - 11x - 45 = 0$

19) $4x^2 + 8x - 21 = 0$

20) $6x^2 + 10x + 20 = 2x^2 - 18x - 29$

ACTIVIDAD 9

SD8.1- B8

Resuelve la siguiente ecuación completando el trinomio cuadrado perfecto.

1. Dada la ecuación cuadrática completa $Ax^2 + Bx + C = 0$ deduce la fórmula general.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

   b) $x^6 - 19x^3 - 216 = 0$

CIERRE

ACTIVIDAD 10

SD8.1- B8

Logros

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO.

(Realizar en casa previo a examen).

1. Señala cuáles de las siguientes ecuaciones cuadráticas son completas y cuáles son incompletas, en las que sean incompletas, especifica cual es el término (lineal o constante) es el que hace falta.

2. Utilizando el valor del discriminante de la ecuación $(B^2 - 4AC)$, indica el tipo de solución de cada una de ellas.

3. Resuelve cada una de las ecuaciones utilizando el método de tu preferencia (despejando, factorizando si es posible, completando el trinomio cuadrado perfecto o la fórmula general):

1) $x^2 - 15x - 16 = 0$

2) $7x^2 = 63$

3) $15x^2 + 10x = 0$

4) $2x^2 - 3x + 3 = 3x - 1$

5) $8 - 8x^2 = 0$

6) $x = x^2$

7) $6x - 9x^2 = 0$

8) $5x^2 - 10x + 30 = 4x^2 - 7x - 12$

9) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

10) $6x^2 = x + 7$

11) $6x^2 - 25x + 25 = 0$

12) $4x^2 = 28x - 49$

13) $x^2 + 6x + 9 = 0$

14) $10x^2 - 4x + 1 = 4x - 6x^2$

15) $4x^2 + 4x - 37 = 0$

Secuencia didáctica 8.2

Identificación de situaciones que implican el manejo de **ecuaciones cuadráticas** completas e incompletas.

De entrada

Al término de esta secuencia podrás resolver ecuaciones cuadráticas con una incógnita. Además, identificarás la forma básica de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita $Ax^2 + Bx + C = 0$ y encontrarás su solución utilizando diversas técnicas algebraicas.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas cotidianos que involucren el planteamiento de una ecuación cuadrática con una incógnita.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Además como producto principal, podrás resolver varias situaciones de nuestro entorno donde para encontrar respuesta se requiera el uso de una ecuación cuadrática con una incógnita.

INICIO

Retomemos el problema del inicio de este bloque:

"En un torneo de ajedrez, cada jugador juega una vez con cada uno de los jugadores restantes. Si en total se juegan 66 partidas, **¿cuántos jugadores toman parte en el torneo?"**

Llamamos "x" al número de jugadores que toman parte del torneo y el trabajo en equipo permitió observar que, para resolver el problema, era necesario resolver la ecuación cuadrática $x^2 - x - 132 = 0$, que se puede resolver por:

1. Factorización:

$$x^2 - x - 132 = 0$$
$$(x - 12)(x + 11) = 0$$
$$x - 12 = 0 \quad x + 11 = 0$$
$$x_1 = 12 \qquad x_2 = -11$$

2. Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto:

$$x^2 - x - 132 = 0$$
$$x^2 - x = 132$$
$$x^2 - x + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 132 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$
$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 132 + \frac{1}{4}$$
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{529}{4}$$
$$x - \frac{1}{2} = \pm\sqrt{\frac{529}{4}}$$
$$x = \pm\frac{23}{2} + \frac{1}{2}$$
$$x_1 = -\frac{23}{2} + \frac{1}{2} \qquad x_2 = \frac{23}{2} + \frac{1}{2}$$
$$x_1 = -\frac{22}{2} \qquad x_2 = \frac{24}{2}$$
$$x_1 = -11 \qquad x_2 = 12$$

3. Fórmula general:

$$x^2 - x - 132 = 0$$

$$A = 1 \quad B = -1 \quad C = -132$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-132}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 528}}{2}$$

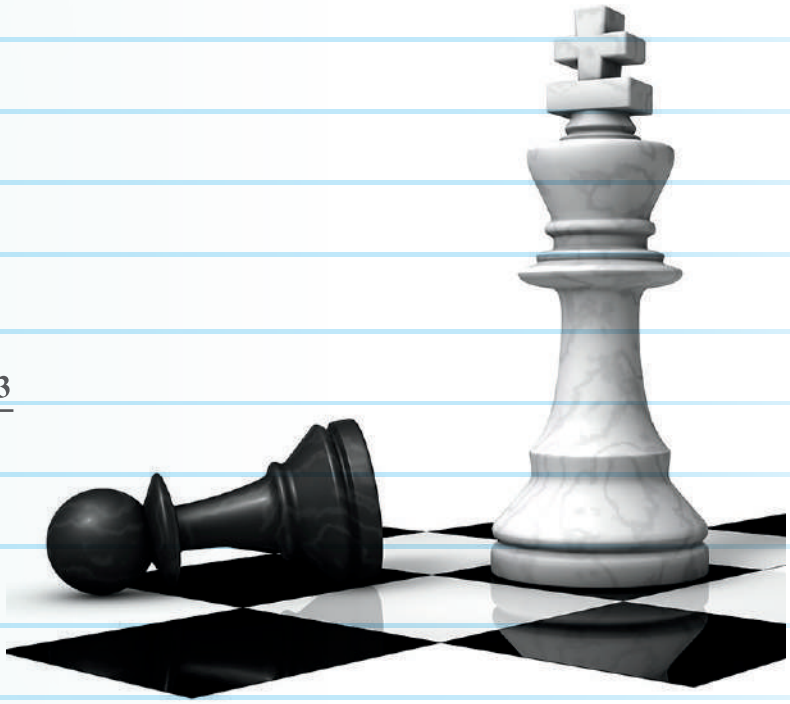
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{529}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 23}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 - 23}{2} \qquad x_2 = \frac{1 + 23}{2}$$

$$x_1 = -\frac{22}{2} \qquad x_2 = \frac{24}{2}$$

$$x_1 = -11 \qquad x_2 = 12$$



Como se observa cualquiera que sea la forma que se utilice para resolver la ecuación, las soluciones son las mismas, según el contexto del problema, la solución $x = -11$ se descarta porque x representa el número de jugadores, y éste no puede ser negativo.

Por lo tanto, la respuesta al problema es entonces 12 jugadores.

ACTIVIDAD 1

SD8.2- B8

Plantea y resuelve el siguiente problema:

La suma del cuadrado de la edad actual de Elías y la edad que tenía hace doce años, es de 3294 años. ¿Qué edad tendrá Elías dentro de tres años?

a. ¿Cuál es la edad mínima que puede tener Elías?_____

b. ¿Por qué?_____

c. Completa la siguiente tabla:

Edad actual de Elías.	Cuadrado de la edad actual de Elías.	Edad de Elías hace 12 años.	Suma del cuadrado de la edad actual de Elías y la edad que tenía hace 12 años.	Edad que tendrá Elías dentro de tres años.
13				
14				
15				
20				
30				
. . .				
x				

d. Resuelve la ecuación que plantea algebraicamente el enunciado del problema:

DESARROLL

Como te diste cuenta el planteamiento de un problema se puede hacer con el apoyo de tablas que nos permitan realizar la generalización que plantee algebraicamente el enunciado el problema.

Los siguientes problemas los estaremos planteando directamente en su forma algebraica, sin embargo, siempre es recomendable el uso de las tablas cuando el planteamiento algebraico no quede claro.

Para plantear algebraicamente cada problema se recomienda seguir los siguientes pasos:

1. Leer con cuidado todo el enunciado del problema.
2. Identificar lo que se está buscando.
3. Escribir con nuestras propias palabras lo que buscamos.
4. Asignar la incógnita o las incógnitas que se estarán utilizando.
5. Volver a leer el enunciado del problema por partes de tal manera que se vaya construyendo la ecuación o las ecuaciones que plantearán el problema.

Ejemplos: Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1. La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual a 313. Determina los números.

Número menor: x
Número Mayor: $x+1$

$$x^2+(x+1)^2=313$$

$$x^2+x^2+2x+1=313$$

$$2x^2+2x+1-313=0$$

$$2x^2+2x-312=0 \quad \text{dividiendo entre } 2$$

$$x^2+x-156=0 \quad \text{resolviendo por factorización.}$$

$$(x+13)(x-12)=0$$

$$x+13=0 \qquad x-12=0$$

$$x_1=-13 \qquad x_2=12$$

La solución sería:

-13 y -12 o 12 y 13

2. El producto de la edad actual de José Ramón y la edad que tenía hace 4 años es igual a 96 años.

¿Cuál es la edad actual de José Ramón?

Edad actual de José Ramón: x
Edad que tenía José Ramón hace 4 años: $x - 4$

$$(x)(x - 4) = 96$$

$$x^2 - 4x = 96$$

$$x^2 - 4x - 96 = 0 \quad \textit{Factoriza}$$

$$(x - 12)(x + 8) = 0$$

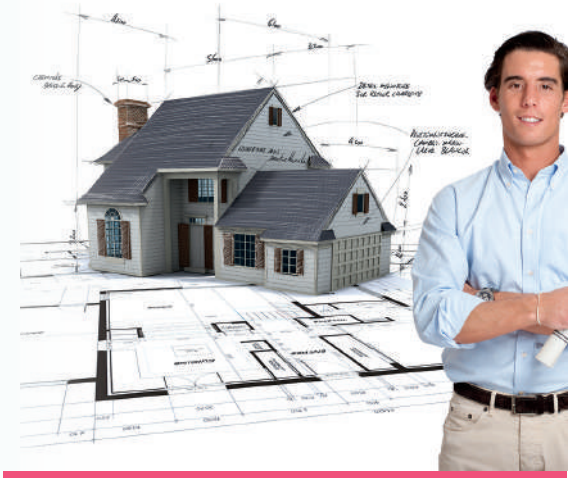
$$x - 12 = 0 \qquad x + 8 = 0$$

$$x = 12 \qquad x = -8$$

Descartamos el valor negativo porque la incógnita representa la edad de una persona, lo que nos permite concluir que la edad actual de José Ramón son 12 años.

ACTIVIDAD 2 PARA RESOLVER EN CLASE

SD8.2- B8



Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1) El área de un terreno rectangular es de 204 m^2, si el largo del terreno es 5 metros mayor que su ancho, ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

2) La suma de las edades de Anthony y Poncho es de 19 años y su producto es de 84 años. Determinar ambas edades.

3) La empresa VIREYDEL fabricará marcos de madera como parte de una nueva producción que está por lanzar al mercado, dichos marcos deberán tener un área de 84 cm^2 además el interior del marco tiene que ser de 9 cm de largo por 8 cm de ancho.
¿Qué ancho deberá tener el marco para cumplir con las especificaciones?

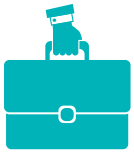
4) Calcula el área de un terreno en forma de triángulo rectángulo isósceles sabiendo que el lado del terreno que corresponde a la hipotenusa del triángulo es de $43\sqrt{2}$ m^2.

5) Hallar dos números enteros consecutivos cuyo producto sea igual a 1892.

ACTIVIDAD 3

SD8.2- B8

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.



Plantear y resolver los siguientes problemas:

1) Los lados de un triángulo rectángulo; tienen por medidas en centímetros, tres números enteros consecutivos, hallar los valores de dichos lados. (Recuerda el Teorema de Pitágoras).

2) Moisés y Maya quieren convertir una parte del terreno de su propiedad en un pastizal de 60 hectáreas, dividido en tres potreros rectangulares contiguos. Cuentan con una cerca de 4400 m de longitud para delimitar el pastizal y cada potrero. ¿Qué medidas deberá tener el pastizal para que al cercarlo se utilice toda la cerca?

3) La empresa ROSMAREY fabricará marcos de acero como parte de una nueva producción que está por lanzar al mercado, dichos marcos deberán tener un área de 28 cm^2 además el interior del marco tiene que ser de 11 cm de largo por 6 cm de ancho. ¿Qué ancho deberá tener el marco para cumplir con las especificaciones?

4) Calcula las dimensiones de un terreno rectangular sabiendo que el largo mide 10m más que el ancho y su área es igual a 3000 metros cuadrados.

5) Hallar dos números enteros consecutivos cuyo producto sea igual a a 306.

6) En un torneo de dominó cada jugador juega una vez con cada uno de los jugadores restantes. Si en total se juegan 300 partidas, ¿cuántos jugadores toman parte en el torneo?

7) La suma del cuadrado de la edad actual de David y la edad que tenía hace once años, es de 295 años. ¿Qué edad tendrá David dentro de tres años?

8) La suma de un número y su recíproco es $\frac{82}{9}$. Encontrar dichos números.

9) La diferencia de dos números es 7 y su producto 6630. Determina los números.

10) La suma de los cuadrados de tres números enteros consecutivos es igual a 50. Hallar los números.

ACTIVIDAD 4

SD8.2- B8

Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1) En un río, una lancha tarda 1.6 horas más cuando va contra la corriente que de regreso. Si la velocidad de la corriente es de 6 km/h y la distancia que recorre es de 57 km, ¿cuál es la velocidad de la lancha en aguas tranquilas?

2) Un depósito se puede llenar en cuatro horas cuando se utilizan dos tubos, ¿cuántas horas se necesitarán para que cada tubo por sí solo llene el depósito, si el de menor diámetro requiere tres horas más que el de mayor diámetro?

CIERRE

ACTIVIDAD 5

SD8.2- B8

Logros

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO.

Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1) Los lados de un triángulo rectángulo tienen una diferencia de 3 cm entre cada uno de ellos, es decir el mediano es 3 cm mayor que el menor y el mayor es 3 cm mayor que el mediano, encuentra los valores de dichos lados. (Recuerda el Teorema de Pitágoras)

2) Andrea, Heidi y Valeria quieren convertir una parte del terreno de su propiedad en un pastizal de 59.5 hectáreas dividido en tres potreros rectangulares contiguos. Cuenta con una cerca de 4800 m de longitud para delimitar el pastizal y cada potrero. ¿Qué medidas deberá tener el pastizal para que al cercarlo se utilice toda la cerca?

3) La empresa ANMARIMA fabricará marcos de acero como parte de una nueva producción que está por lanzar al mercado, dichos marcos deberán tener un área de 138 cm^2, además el interior del marco tiene que ser de 11 cm de largo por 6 cm de ancho. ¿Qué ancho deberá tener el marco para cumplir con las especificaciones?

4) Calcula las dimensiones de un terreno rectangular, sabiendo que el largo mide 10m más que el ancho y su área es igual a 375 metros cuadrados.

5) Encuentra dos números enteros consecutivos cuyo producto sea igual a 1406.

6) En un torneo de dominó cada jugador juega una vez con cada uno de los jugadores restantes. Si en total se juegan 153 partidas, ¿cuántos jugadores toman parte en el torneo?

7) La suma del cuadrado de la edad actual de Denisse y la edad que tenía hace diez años, es de 200 años. ¿Qué edad tendrá Denisse dentro de tres años?

8) La suma de un número y su recíproco es $\frac{34}{15}$. Encontrar dichos números.

9) La diferencia de las edades de Javier y Romina son 9 años y su producto 400. Determina ambas edades.

10) La suma de los cuadrados de tres números enteros consecutivos es igual a 509. Hallar los números.

Autoevaluación

Lee con cuidado cada uno de los siguientes reactivos, realiza las operaciones necesarias que te permitan seleccionar la letra que corresponda a la respuesta correcta y anótala dentro de los paréntesis:

1) ( ) Es un ejemplo de una ecuación cuadrática incompleta:

A) $x^2 - 2x + 1 = 0$ **B)** $x^2 - 12x = 13$

C) $x^2 - 18x + 1 = 1$ **D)** $x^2 = x + 12$

2) ( ) Relaciona cada ecuación con su tipo de solución.

ECUACIÓN	TIPO DE SOLUCIÓN
1. $x^2 - 2x + 1 = 0$	a) Dos soluciones imaginarias diferentes.
2. $x^2 - 2x - 63 = 0$	b) Dos soluciones reales diferentes.
3. $x^2 + 4x + 5 = 0$	c) Dos soluciones reales iguales (una solución).

A) 1c, 2b, 3a
B) 1a, 2b, 3c
C) 1b, 2a, 3c
D) 1c, 2a, 3b

3) ( ) Una de las soluciones de la ecuación $x^2 - x - 132 = 0$ es:

A) – 12 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 132

4) ( ) Es el valor del discriminante de la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$.

A) – 49 **B)** – 1 **C)** 1 **D)** 49

5) ( ) La ecuación que tiene de solución a los valores $x = 7$ y $x = -12$ es:

A) $x^2 + 5x - 84 = 0$ **B)** $x^2 - 5x - 84 = 0$

C) $x^2 - 5x + 84 = 0$ **D)** $x^2 + 5x + 84 = 0$

6) ( ) La razón de que una ecuación cuadrática tenga dos soluciones imaginarias diferentes es porque el valor de su discriminante es:

A) Positivo **B)** Negativo **C)** Cero **D)** No existe

7) ( ) La ecuación que representa el planteamiento algebraico del problema: "El cuadrado de la edad de Eliana más la edad que tendrá dentro de 3 años es de 185 años, tomando "x" como la edad actual de Eliana es:

A) $x^2 + 3x = 185$ **B)** $x^2 + x - 188 = 0$

C) $x^2 - x - 182 = 0$ **D)** $x^2 + x - 182 = 0$

8) ( ) La suma de un número y su recíproco es de $\frac{145}{12}$.
¿Cuál es el número?

A) $\frac{12}{145}$ **B)** $\frac{1}{145}$ **C)** 12 **D)** 145

9) ( ) Lucero es mayor que Karla tres años, y el producto de sus edades es igual a 598 años. ¿Cuántos años tiene Lucero?

A) 13 **B)** 23 **C)** 26 **D)** 46

10) ( ) Judith, Ericka y Adriana adquirieron un terreno de forma rectangular, sabiendo que el largo del terreno es el doble del ancho que además tiene un área de 800 m, si quieren cercar el terreno dividiéndolo en tres partes iguales, ¿cuántos metros de cerca habrán que comprar?

A) 60 m.
B) 120 m.
C) 140 m.
D) 160 m.

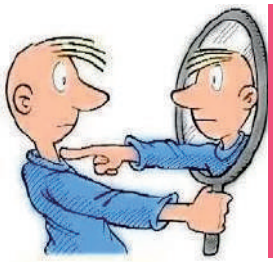
Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7, como **REGULAR**; y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Esta competencia será alcanzada si obtuviste un desempeño **BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Coevaluación



INSTRUCCIONES:

1) Reúnete con dos de tus compañeros y respondan de manera individual cada uno de los siguientes reactivos.
2) Ya que hayan contestado los reactivos intercambien sus módulos para la revisión del trabajo que realizaron (es importante que nadie se quede con su propio módulo).
3) De la manera más honesta evalúa al compañero que te tocó.
4) Registra el resultado obtenido en la escala estimativa que viene al final y entrega el módulo a tu compañero.

Lee con cuidado cada uno de los siguientes reactivos, realiza las operaciones necesarias que te permitan seleccionar la letra que corresponda a la respuesta correcta y anótala dentro de los paréntesis:

1) ( ) Es un ejemplo de una ecuación cuadrática completa:

A) $x^2 - 2x + 1 = 3 - 2x$ **B)** $x^2 - 12x = 13$

C) $x^2 - 8x + 1 = 1$ **D)** $x^2 = 12$

2) ( ) Relaciona cada ecuación con su tipo de solución.

ECUACIÓN	TIPO DE SOLUCIÓN
1. $x^2 + 2x + 5 = 0$	a) Dos soluciones imaginarias diferentes.
2. $x^2 - 2x - 99 = 0$	b) Dos soluciones reales diferentes.
3. $x^2 + 4x + 4 = 0$	c) Dos soluciones reales iguales (una solución).

A) 1c, 2b, 3a **B)** 1a, 2b, 3c **C)** 1b, 2a, 3c **D)** 1c, 2a, 3b

3) ( ) Una de las soluciones de la ecuación $x^2 - x - 132 = 0$ es:

A) – 12 **B)** – 11 **C)** 11 **D)** 132

4) ( ) Es el valor del discriminante de la ecuación $x^2 - 5x - 6 = 0$.

A) – 49 **B)** – 1 **C)** 1 **D)** 49

5) ( ) La ecuación que tiene de solución a los valores $x = -7$ y es $x = 12$:

A) $x^2 + 5x - 84 = 0$ **B)** $x^2 - 5x - 84 = 0$

C) $x^2 - 5x + 84 = 0$ **D)** $x^2 + 5x + 84 = 0$

6) ( ) La razón de que una ecuación cuadrática tenga dos soluciones reales diferentes es porque el valor de su discriminante es:

A) Positivo **B)** Negativo **C)** Cero **D)** No existe

7) ( ) La ecuación que representa el planteamiento algebraico del problema: "El cuadrado de la edad de Gadiel más la edad que tenía hace de 3 años es de 130 años, tomando **"x"** como la edad actual de Gadiel es:

A) $x^2 + 3x = 130$ **B)** $x^2 + x - 127 = 0$

C) $x^2 - x - 133 = 0$ **D)** $x^2 + x - 133 = 0$

8) ( ) La suma de un número y su recíproco es de $\frac{122}{11}$. ¿Cuál es el número?

A) $\frac{1}{122}$ **B)** $\frac{11}{122}$ **C)** 11 **D)** 122

9) ( ) Paty es menor que Nohemí tres años, y el producto de sus edades es igual a 598 años. ¿Cuántos años tiene Paty?

A) 13 **B)** 23 **C)** 26 **D)** 46

10) ( ) Judith y Laisha desean construir cajas cerradas para envolver regalos las dimensiones de las cajas deben cumplir las siguientes especificaciones. El largo debe ser el doble de los alto de la caja y el ancho debe ser 5 cm mayor que el alto. Si cada caja requiere de 1300 cm^2 de material. ¿Cuál debe ser la altura de la caja?

A) 10 cm.
B) 13 cm
C) 15 cm.
D) 20 cm.

Instrumento de evaluación

Si en la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos, considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron 9 los reactivos que contestaste correctamente, considera tu resultado como **MUY BUENO**, si fueron 8, considera tu resultado **BUENO**, de 6 a 7, como **REGULAR**; y si tus respuestas correctas fueron menos de 6, considera tu desempeño como **INSUFICIENTE**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de los conocimientos de tu compañero en función de las respuestas correctas que obtuvo? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.**	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE**, te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho, también a que corrijas todo aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** o **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

Respuestas

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 1

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	A	6	B
2	C	7	B
3	B	8	A
4	A	9	A
5	B	10	A

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 2

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	A	6	C
2	C	7	C
3	B	8	A
4	A	9	D
5	C	10	A

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 3

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	B	6	D
2	B	7	C
3	B	8	A
4	B	9	B
5	A	10	C

RESPUESTAS DE LA COEVALUACIÓN BLOQUE 3

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	D	6	A
2	D	7	C
3	C	8	C
4	C	9	B
5	C	10	C

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 4

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	B	11	A
2	A	12	D
3	C	13	A
4	B	14	D
5	A	15	A
6	D	16	D
7	C	17	A
8	D	18	A
9	B	19	A
10	C	20	D

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 5

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	b	6	b
2	b	7	a
3	c	8	c
4	c	9	a
5	c	10	d

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 6

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	D	9	A
2	A	10	B
3	C	11	C
4	B	12	A
5	A	13	A
6	C	14	C
7	B	15	B
8	D		

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 7

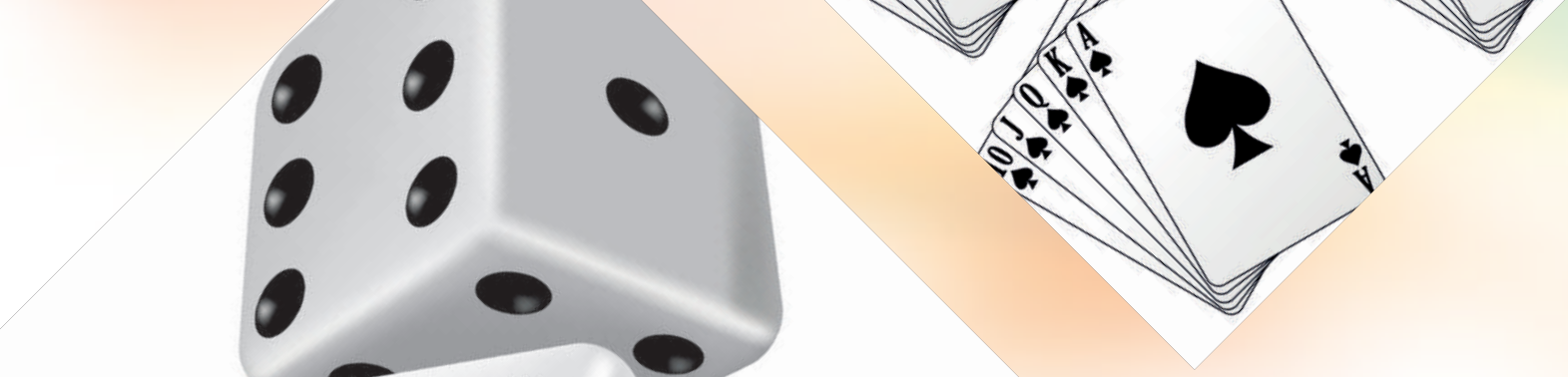
Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	A	6	C
2	B	7	A
3	A	8	A
4	B	9	D
5	D	10	C

RESPUESTAS DE LA AUTOEVALUACIÓN BLOQUE 8

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	C	6	B
2	A	7	D
3	C	8	C
4	C	9	C
5	A	10	D

RESPUESTAS DE LA COEVALUACIÓN BLOQUE 8

Problema	Inciso correcto	Problema	Inciso correcto
1	B	6	A
2	B	7	D
3	B	8	C
4	D	9	B
5	B	10	A



Bloque 9

Probabilidad y estadística

Desempeño del estudiante ¿Cómo lo aprenderé?

- Construir e interpretar modelos que representen fenómenos o experimentos demanera estadística, aplicando medidas de tendencia central con datos agrupados y no agrupados
- Aplicas modelos matemáticos determinísticos para predecir la ocurrencia de un evento con base en estudios probabilísticos formales.

Objetos de aprendizaje ¿Qué aprenderé?

- Aplicarás las medidas de tendencia central para datos Agrupados y No Agrupados.
- Comprender los conceptos de población, muestra.
- Distingues entre eventos deterministas y aleatorios.
- Utilizas las leyes aditivas y multiplicativa de las probabilidades.

Competencias disciplinares a desarrollar Me servirá para:

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.
- Elegir un enfoque determinista o aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Tiempo Asignado: 10 horas

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

I. Revisando los perfiles de Facebook de Omar Juárez, se analizó la edad de 20 personas, obteniéndose los siguientes datos:

19	18	20	21	20	19	18	19	23	25
38	20	28	18	23	25	18	25	27	42

En base a los datos obtenidos, contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la población de estudio?

   _____

2. ¿Qué variable se está estudiando?

   _____

3. ¿Cuál es la media aritmética de los datos?

   _____

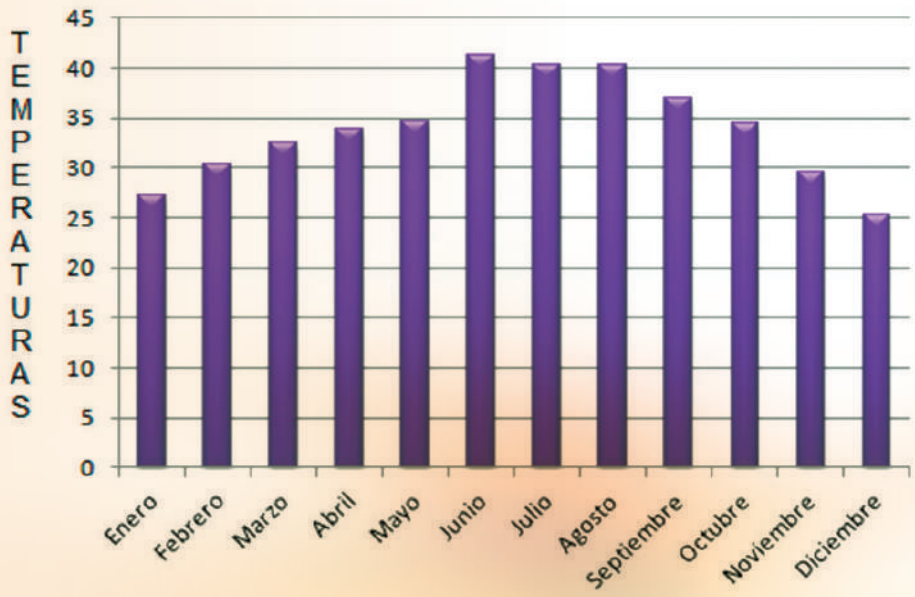
4. ¿Cuál es la edad que más se repite?

   _____

5. ¿Cuál es la edad mediana?

   _____

II. La siguiente tabla muestra las temperaturas promedio mensuales de Hermosillo Sonora durante el año 2015.



1. ¿Qué mes fue el más caluroso?

_____

2. ¿Cuál fue el mes con menos calor?

_____

3. ¿Cuál fue la temperatura promedio mensual del año 2015?

_____

III. Se lanza un dado regular de seis lados.

1. Describe los resultados posibles:

_____

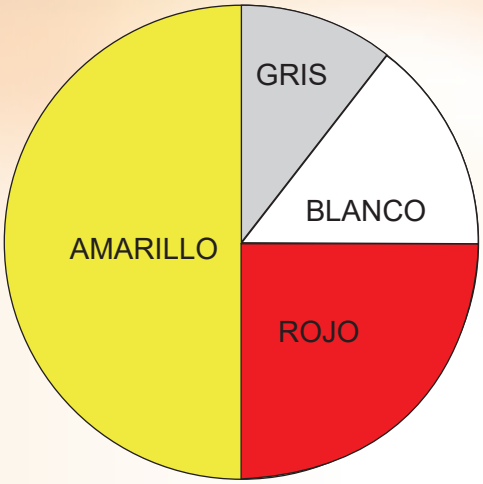
2. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga el 2?

_____

3. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga número par?

_____

IV. En una competencia de tiros con dardos, la diana tiene la siguiente forma:



1. Determina la probabilidad de que en un tiro le pegue al amarillo.

_____

2. ¿Cuál es la probabilidad de que le peguen al rojo?

_____

3. ¿Cuál es probabilidad de pegarle al rojo o al gris?

_____

Inicio

Secuencia didáctica 1
ESTADÍSTICA ELEMENTAL

De entrada

Al término de esta secuencia conocerás los conceptos básicos de Estadística, así como, determinar medidas de tendencia central para datos no agrupados, así como visualizar las distribuciones de frecuencia para datos Agrupados.

De los conocimientos adquiridos en los bloques anteriores, manejarás datos recabados en actividades anteriores, para poder analizar y asociarlos a una población.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
    - o Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
    - o Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás calcular medidas de tendencia central para datos agrupados y no agrupados.

Dentro de un salón de clases podemos estudiar algunas características en común de los estudiantes. Determina si las variables son numéricas o no numéricas.

CARACTERÍSTICA.	VALORES QUE PUEDEN TOMAR.	TIPODE VALOR (NÚMERICA O NO NUMÉRICO).
Estatura.		
Edad.		
Color de ojos.		
Promedio general.		
Deporte favorito.		
Nivel socioeconómico.		
Medio de transporte utilizado para ir a la escuela.		
Materia favorita.		
Lugar de nacimiento.		
Materias reprobadas.		
Tiempo de estudio diario.		

Determina las características que posee los habitantes del estado de Sonora y clasifícalas.

CARACTERÍSTICA.	VALORES QUE PUEDEN TOMAR.	TIPODE VALOR (NÚMERICA O NO NUMÉRICO).

Desarrollo

La estadística es una rama de las matemáticas que conjunta herramientas para recopilar, clasificar, ordenar, presentar, analizar e interpretar datos.

Población: conjunto de elementos de los cuales se desea realizar un estudio de una o algunas características. Por ejemplo los alumnos del Cobach Plantel Reforma, Los habitantes de una ciudad, Los animales del centro ecológico de Hermosillo, etcétera, existen dos tipos de población:

Población Finita: conjunto compuesto de una cantidad limitada de elementos, por ejemplo el número de alumnos del Cobach plantel Nuevo Hermosillo, la producción de carros en Sonora en el mes de junio de 2016, etcétera.

¿Sabías qué?

Hacia el año 3.000 a.C. los babilonios usaban ya pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y los géneros vendidos o cambiados mediante trueque.

Población Infinita: son poblaciones infinitas porque hipotéticamente no existe límite en cuanto al número de observaciones que cada uno de ellos puede generar, como por ejemplo el número de estrellas que hay en el universo. Etcétera.

Muestra: subconjunto de la población seleccionado de acuerdo a un criterio y que puede ser representativo de la población.

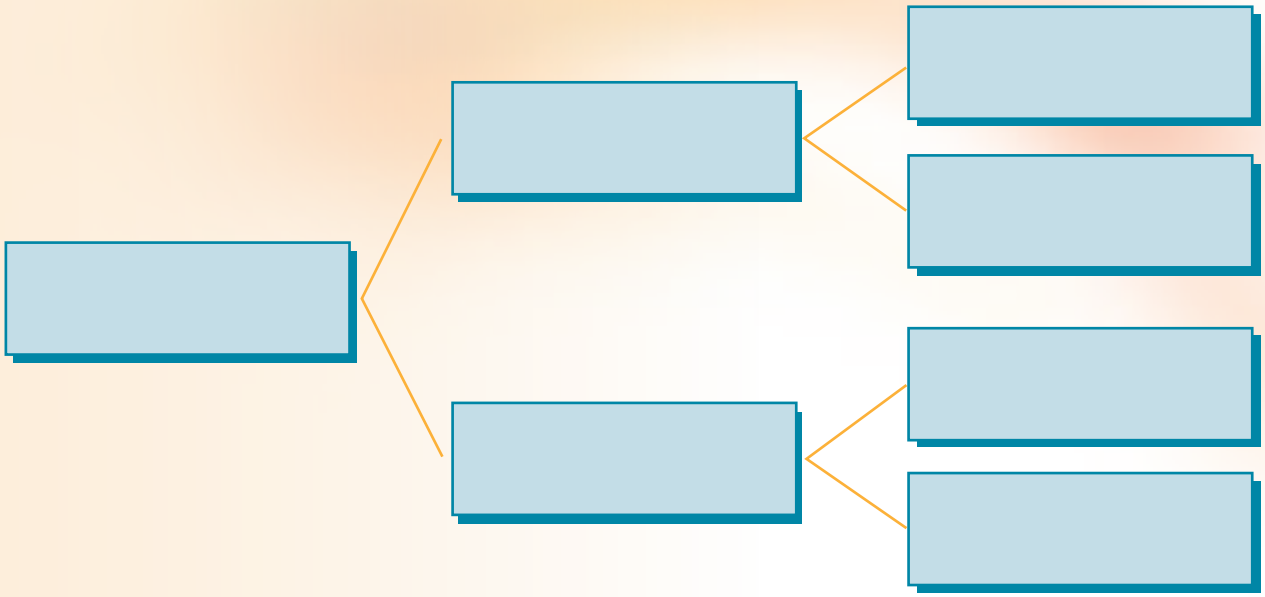
Variable: una variable en estadística se define como una característica que se desea estudiar de una población, como por ejemplo el peso de los alumnos de primer semestre del Cobach plantel Reforma, la temperatura de la ciudad de Hermosillo en el mes de junio de 2016, entre otros.

Las variables a su vez se clasifican en:

Variables Numéricas, son aquellas que poseen características cuantitativas, es decir, son a las que se le asignan un valor numérico y con este se pueden realizar operaciones aritméticas. A su vez las variables numéricas se dividen en Variables Numéricas Continuas, las cuales pueden tomar cualquier valor realy Variables Numéricas Discretas, que solo pueden tomar valores enteros.

Variables Categóricas que definen características cualitativas y a su vez se dividen en dos tipos; Variables Categóricas Ordinales que son las que se rigen por jerarquía, por ejemplo: nivel Socioeconómico, grado de estudios, etcétera y Variables Categóricas Nominales que son las que no siguen un orden preestablecido, como por ejemplo color de ojos, deporte favorito, etcétera

A continuación elabora el cuadro sinóptico que resume los tipos de variables:



Datos no agrupados

(no resumidos en distribuciones de frecuencias)

Para el estudio de una población con datos no agrupados (aunque no hay un criterio para determinar cuándo se pueden agrupar o no, tomaremos como no agrupados cuando sean 20 o menos datos), determinaremos las medidas de tendencia central:

Media aritmética: Es la medida más popular de las medidas de tendencia central y es a lo que llamamos promedio de los datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Ejemplo:

Las calificaciones del primer parcial de un alumno son: 81, 88, 100, 94, 74, 84, 98, 100 y 100. Obtener el promedio de las calificaciones del primer parcial.

$$\bar{x} = \frac{81 + 88 + 100 + 94 + 74 + 84 + 98 + 100 + 100}{9}$$

$$\tilde{x} = 91$$

Moda: Es el valor que ocurre con mayor frecuencia y más de una vez. Sus dos ventajas principales son que no requiere de cálculos, sólo de conteo y que se puede determinar tanto para datos cualitativos que para datos cuantitativos. En caso de existir más de una moda se ponen todas.

$$\hat{x} = x_i$$

x_i *es el dato con más frecuencia*

Ejemplo:

En un taller automotriz se recibieron la siguiente cantidad de vehículos para reparar diariamente: 20, 25, 21, 20, 18, 20, 19, 21. Determina la moda de los vehículos recibidos.

$$\hat{x} = 20$$

Mediana: Es el valor que divide la distribución por la mitad cuando n es non y la media de los valores medios cuando n es par, y es necesario ordenar los datos de manera descendente y se calcula de la siguiente manera:

Si el número de datos es impar:

$$\tilde{x} = x\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

Si el número de datos es par:

$$\tilde{x} = \left(\frac{x\frac{n}{2} + x\frac{n}{2}+1}{2}\right)$$

Ejemplo:

En el tercer hoyo de cierto campo de golf, nueve golfistas registraron 3, 3, 3, 4, 5, 3, 5, 4, 4.

3 3 3 3 4 4 4 5 5

Valor central es.

$$\tilde{x} = x\left(\frac{9+1}{2}\right)$$

$$\tilde{x} = x_5 = 4$$

Datos agrupados

Para determinar las medidas de tendencia central en datos agrupados, trabajaremos con una tabla de distribución de frecuencia. Para obtener la tabla de frecuencia debemos obtener el número de clases por medio de la regla de Sturges

$$\text{Número de clases} = 1 + 3.332 \log n$$

*Donde **N** es el número de datos.*

$$Rango = Dato\ mayor - Dato\ menor$$

$$Tamaño\ de\ clase = \frac{Rango}{\#\ clases}$$

$$Tamaño\ de\ clase = \frac{Límite\ superior - límite\ inferior}{2}$$

Media.

El cálculo de la media en datos agrupados, se multiplica la marca de clase por la frecuencia absoluta en cada intervalo y se divide entre el total de datos.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i(f_i)}{\sum f_i}$$

Donde:

x_i: Marcas de clase.

f_i: Frecuencias absolutas.

Mediana.

En datos agrupados el cálculo de la mediana es un valor aproximado.

$$\tilde{x} = L_{ime} + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - fA_{i-1}}{f_{im}} \cdot a_i$$

Donde:

L_{ime}: Límite inferior de clase mediana

f_i: Frecuencias absolutas

fA_{i-1}: Frecuencia acumulada anterior a la clase mediana

f_{im}: Frecuencia absoluta de clase mediana

a_i: Amplitud de clase

Moda.

Al igual que la media y la mediana en datos agrupados, la moda es un valor aproximado.

$$\hat{x} = L_{imo} + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a_i$$

Donde:

L_{imo}: Límite inferior de clase modal (el de mayor frecuencia absoluta).

f_i: Frecuencia absoluta de la clase modal.

f_{i-1}: Frecuencia acumulada anterior a la clase modal.

f_{i+1}: Frecuencia acumulada posterior a la clase modal.

a_i: Amplitud de clase.

Ejemplo:

Por ejemplo: En un salón de clases se tomó la estatura de 50 estudiantes obteniéndose los siguientes resultados:

148	176	159	180	167	170	176	174	160	179
149	162	172	177	175	172	178	175	162	163
159	182	180	175	169	178	158	179	161	164
157	157	178	173	160	163	167	178	166	178
181	162	176	172	163	180	168	169	166	180

Primero debemos orden en forma ascendente los datos.

148	159	162	163	167	172	175	176	178	180
149	159	162	164	168	172	175	177	178	180
157	160	162	166	169	172	175	178	179	180
157	160	163	166	169	173	176	178	179	181
158	161	163	167	170	174	176	178	180	182

El número de clases para este caso será:

$$Número\ de\ clases = 1+3.332(50)= 6.67 \simeq 7$$

Se redondea a 7 clases.

$$Rango = 182 - 148 = 34$$

$$Tamaño\ de\ clase = \frac{34}{7} = 4.85 \simeq 5$$

$$Marca\ de\ clase\ _ \frac{Límite\ superior - límite\ inferior}{2}$$

CLASE	INTERVALO		Marca de Clase *Xi*	Frecuencia Absoluta *f i*	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada
	Límite Real Inferior	Límite Real Superior					
1	147.5	152.5	150	2	2	.04	.04
2	152.5	157.5	155	2	4	.04	.08
3	157.5	162.5	160	9	13	.18	.26
4	162.5	167.5	165	8	21	.16	.42
5	167.5	172.5	170	7	28	.14	.56
6	172.5	177.5	175	9	37	.18	.74
7	177.5	182.5	180	13	50	.26	1.00
TOTAL				50			

Determina las medidas de tendencia central para los datos de pesos de alumnos.

$\bar{x}$ =

$\tilde{x}$ =

$\hat{x}$ =

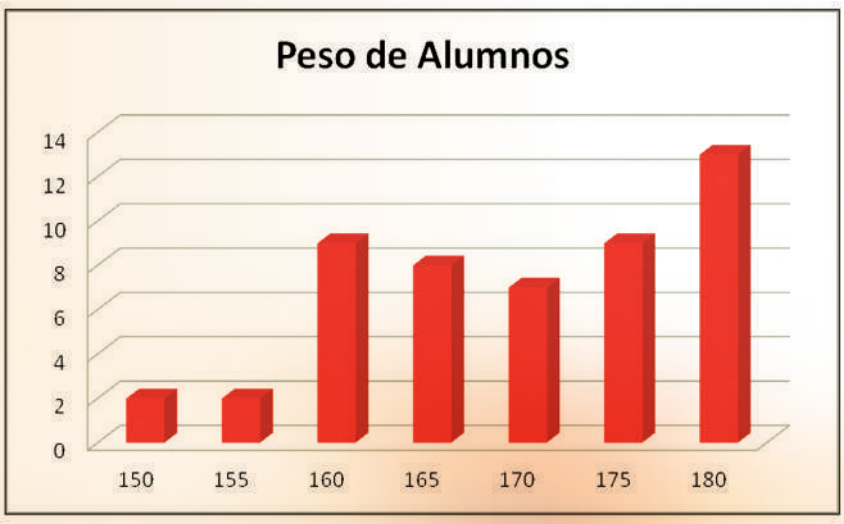
Gráficos estadísticos

Para visualizar la información, la estadística se vale de herramientas visuales, que sirven para analizar la información de una manera rápida, dentro de estas herramientas están:

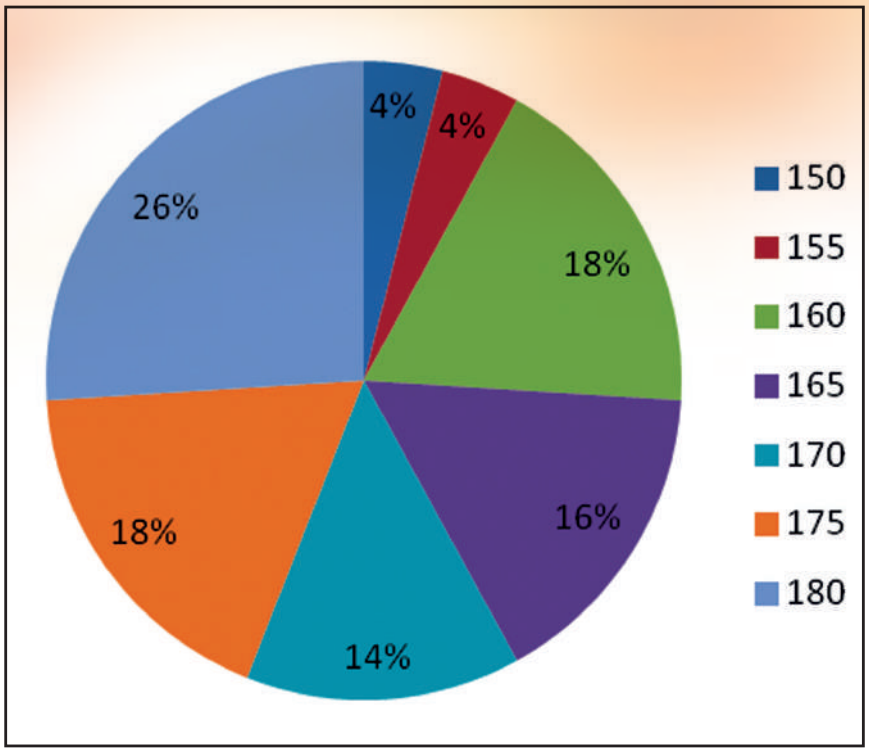
- Gráficas de barras, nos sirven para representar la frecuencia contra la marca de clase.
- Gráficas circulares se utilizan por lo general para mostrar los porcentajes de cada uno de los datos.
- Histograma: es un conjunto de barras rectangulares contiguas y adyacentes, cuya área es proporcional a la frecuencia de cada uno de los intervalos, se utilizan para representar distribuciones de frecuencias de variables numéricas.

Tomando como base el ejemplo anterior, graficaremos los datos obtenidos.

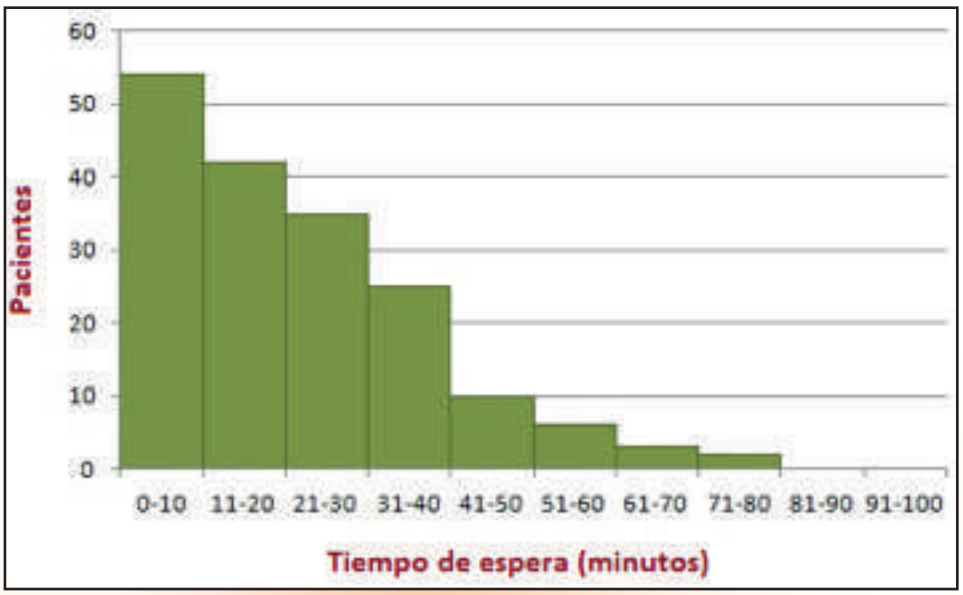
Gráficas de barras



Gráficas circulares



Histograma



ACTIVIDAD 1

SD1-B6

Retomando la actividad del goniómetro, vista en el Bloque 4, rescata tus 20 datos de altura en la siguiente tabla:

1. ¿Cuál es la población de estudio?

   _____

2. ¿Qué variable se está analizando?

   _____

3. ¿Qué tipo de variable es?

   _____

4. Determina:
   a) La moda:_____
   b) La media aritmética:_____
   c) La mediana:_____

5. ¿Cuál medida consideras que represente mejor los datos? Argumenta.

   _____

   _____

   _____

   _____

   _____

   _____

Instrumentos de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

ACTIVIDAD 2
SD1-B6

En equipo de 4 integrantes realiza la siguiente actividad:

Un grupo de alumnos del Cobach plantel Villa de Seris, recopilo datos sobre las calificaciones de matemáticas 3 del grupo 305M obteniendo los siguientes resultados:

65	60	50	72	76	80	85	83	95	60
60	84	98	83	75	95	68	50	93	70
85	80	97	85	90	100	78	90	72	80
80	87	100	90	82	50	86	84	77	55
95	100	69	100	40	90	88	81	40	100

Obtén la tabla de frecuencias.

CLASE	INTERVALO		Marca de Clase Xi	Frecuencia Absoluta fi	Frecuencia Absoluta Acumulada fA	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada
	Límite Real Inferior	Límite Real Superior					
TOTAL							

1. ¿Cuál es la población de estudio?

   _____

2. ¿Qué variable se está analizando?

   _____

3. ¿Qué tipo de variable es?

   _____

4. Determina:
   a) La moda:_____
   b) La media aritmética:_____
   c) La mediana:_____

5. ¿Qué medida representa mejor la población? Argumenta.

6. Realiza los gráficos estadísticos (circulares, barras y de Pareto) en Excel.

7. Compara tus resultados y como equipo concluyan.

Instrumentos de evaluación

Señala con una palomita el color del semáforo que creas describe tu desempeño.

5.1		No puede seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
		Puede seguir algunas instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, obviando algunas.
		Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

Cierre

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

ACTIVIDAD 3

SD1-B6

En equipo de 4 integrantes realiza la siguiente actividad:

1. **Cada integrante toma su pulsación y un representante del equipo las escribe en el pizarrón. Determina la población de estudio y variable a estudiar, para datos no agrupados.**

a) Determina las medidas de tendencia central:

$\bar{x} =$

$\tilde{x} =$

$\hat{x} =$

b) Compara tus resultados con los del grupo y retroalimenta.

2. **Realiza un estudio estadístico sobre el peso de 40 compañeros, identifica la población de estudio y la variable a estudiar.**

a) Ordena y clasifica tu información en una tabla de frecuencias.

b) Aplica las medidas de tendencia central e interpreta cada uno de los datos.

c) Realiza los gráficos estadísticos.

d) Elaborarán un reporte que contenga los registros y resultados de las medidas efectuadas, cuidando la ortografía. En la portada coloque sus datos, como su nombre, nombre de la asignatura, semestre, grupo, turno, nombre del profesor y fecha de entrega.

e) Redacta una conclusión sobre su estudio.

f) Señala con una palomita el rubro que alcanzaste.

Instrumentos de evaluación

Nombre:_____

Actividad:_____

Materia:_____

Grupo:_____

Fecha de Entrega:_____

	Estructura.
	1. Cuenta con la lista de cotejo impresa anexa a la actividad de cierre.
	2. La lista de cotejo presenta los datos de identificación del elaborador.
	Estructura interna.
	3. Tiene el 100% de los puntos contestados, incluyendo gráficos en algún software.
	4. Tiene menos del 100% de los reactivos contestados, pero incluye gráficos en algún software.
	5. Tiene menos del 100% de los reactivos contestados y no incluye gráficos en algún software.
	Contenido.
	6. El alumno presenta un trabajo limpio y de calidad.
	Aportaciones propias.
	7. Realiza los gráficos mediante el uso de algún software.
	Total de desempeños

Inicio

Secuencia didáctica 2
PROBABILIDAD BÁSICA

De entrada

En esta secuencia estudiaremos conceptos básicos de Probabilidad, tales como experimento aleatorio, evento, espacio muestral, para comprender la ocurrencia de un evento con cierto grado de confianza.

Además distinguirás entre eventos deterministas y eventos aleatorios. Utilizarás las leyes aditiva y multiplicativa de las probabilidades.

Obtendrás como evidencia de aprendizaje, la solución de problemas probabilísticos y hacer predicciones con cierto grado de confianza.

Además, recuperarás la siguiente competencia genérica a través de sus atributos:

•Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva.
- Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

Como producto principal, podrás calcular la probabilidad de ocurrencia de evento.

En la siguiente actividad aplicaras conocimientos previos, como el uso de operaciones con números racionales en el cálculo de probabilidades.

De manera individual realiza la siguiente actividad:

ACTIVIDAD 1

SD2-B6

1. ¿Qué marca de teléfono celular venderías de acuerdo a la siguiente tabla?

MARCA	VENTAS EN UNIDADES 2015
SAMSUNG	5400
IPHONE	5000
LG	4400
SONY	4200
MOTOROLA	3500
HIWEY	1020
OTRAS	4500

2. ¿Qué número escogerías para ganar al tirar dos dados, tomando en cuenta la suma de estos?

3. ¿Cuáles son todos los posibles resultados al tirar un dado?

4. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar una moneda caiga águila?

5. ¿Cuál es la probabilidad de que si hoy es viernes, mañana sea sábado?

Desarrollo

La probabilidad es la rama de las matemáticas que estudia los experimentos o fenómenos aleatorios.

Para estudiar los eventos aleatorios primero debemos conocer los experimentos deterministas y aleatorios.

Experimentos deterministas: son aquellos que siempre va a dar un resultado cierto o seguro, aquí tenemos la certeza de que este va a suceder.

Experimento aleatorio: Es aquel en el cual no se conoce con certeza su resultado, ya que podemos tener varios resultados.

Evento: Son los resultados de cualquier experimento. Los eventos deterministas es el resultado de un experimento determinista y los eventos aleatorios provienen de un experimento aleatorio, es decir, son un subconjunto de resultados del espacio muestral.

Saber más...

La historia de la probabilidad comienza en el siglo XVII cuando Pierre Fermat y Blaise Pascal tratan de resolver algunos problemas relacionados con los juegos de azar. Aunque algunos marcan sus inicios cuando Cardano (jugador donde los haya) escribió sobre 1520 El Libro de los Juegos de Azar (aunque no fue publicado hasta más de un siglo después, sobre 1660) no es hasta dicha fecha que comienza a elaborarse una teoría aceptable sobre los juegos de azar.

La práctica hace al maestro

ACTIVIDAD 2

SD2-B6

EVENTO	TIPO DE EVENTO
Al tirar un dado saldrá el 4.	
Extraer una bolita roja de una canasta que solo tiene bolitas rojas.	
Ganar la lotería.	
Que llueva en Nogales Sonora el 20 de junio.	
Que mañana sea viernes, si hoy es jueves.	
Predecir el clima.	
Que gane una partida de poker.	

Espacio Muestral: Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Para determinar los resultados posibles podemos utilizar el diagrama de árbol que es una representación gráfica de todos los posibles resultados y consta de números de pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de llevarse a cabo.

Ejemplo:

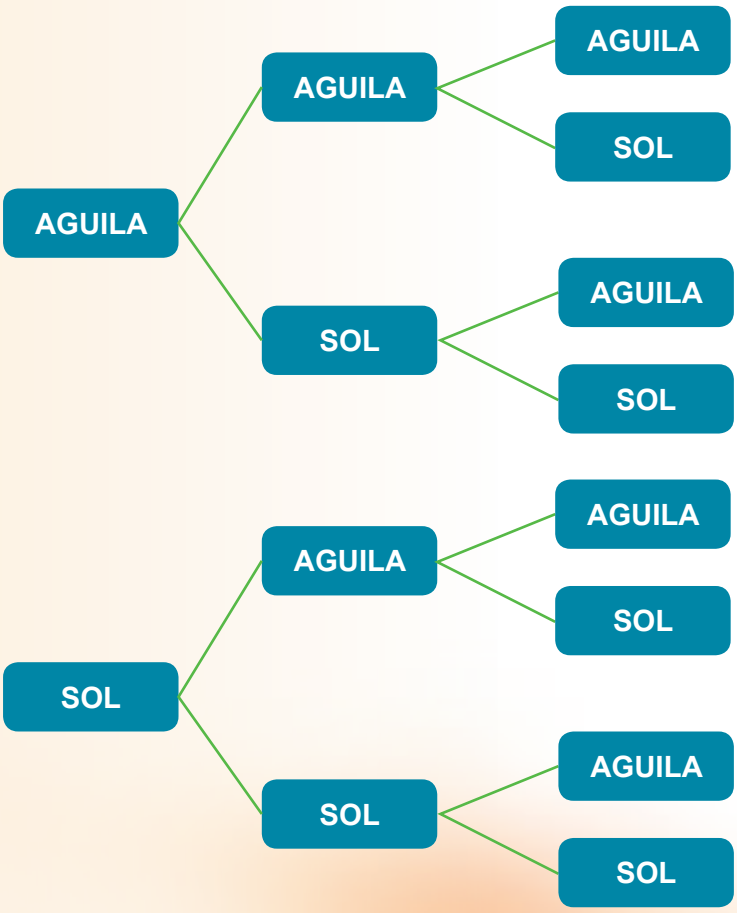
1. Al lanzar una moneda, los posibles resultados son:
   Águila o Sol.
   El espacio muestral sería

$$s=\{A,S\}$$

2. Al lanzar un dado, los posibles resultados son:
   1,2,3,4,5 o 6
   El espacio muestral es:

$$s=\{1,2,3,4,5,6\}$$

3. Al lanzar tres monedas, los posibles resultados son:



El espacio muestral es s= {AAS, AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA, SSS}

ACTIVIDAD 3
SD2-B6

Encuentra el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:

1. Lanzar dos dados:

2. Formar números de 3 cifras con los dígitos {1,2,3,4,5} sin repetirlos.

3. El resultado de 3 partidos de futbol (ganar, perder, empatar).

4. Elegir al azar dos colores de nuestra bandera, Sin repetir color.

5. Una empresa elabora camisetas en tres colores (amarillo, azul, negro) y en cinco tallas (S, M, L, XL). Si se guarda en una caja una muestra de cada camiseta y se saca al azar una de ellas, ¿Qué resultado se puede obtener?

Saber más...

Pierre Fermat fue un abogado y un gobernante oficial. Lo más recordado de su trabajo está en la Teoría de números, en particular por el último teorema de Fermat y contribuyo al nacimiento del cálculo de probabilidades.

Pierre Simon de Laplace fue Matemático, astrónomo y físico francés cuya obra es reconocida en la actualidad por la importancia de sus aportaciones a la Ciencia en campos muy diversos. Realizó muchas aportaciones a la estadística y a la teoría de probabilidades.

Calculo De Probabilidades

La probabilidad de un evento aleatorio, para espacios equiparables, es una medida que está entre o y 1 y representa la posibilidad de ocurrencia del mismo y se calcula de la siguiente manera:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables del evento } A}{\text{Número de resultados posibles del experimento}}$$

Propiedades que se utilizan en la probabilidad:

Propiedad 1.
La probabilidad de un evento A no puede ser mayor a uno ni menor de cero, ya que el evento A pertenece al espacio muestral. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Propiedad 2.
La probabilidad de todo el espacio muestral es igual a uno. $P(E)=1$.

Propiedad 3.
La probabilidad de un evento nulo o sin elementos es igual a cero, es decir no cuenta con casos favorables en el espacio muestral. $P(0)=0$.

ACTIVIDAD 4

SD2-B6

Calcula la probabilidad que ocurran los siguientes eventos:

La práctica hace al maestro

1. Al lanzar dos monedas al aire, encontrar la probabilidad de que salgan:
   b) Dos águilas.

   c) Dos sellos.

   d) Un águila y un sello.

2. Al tirar dos dados, determina la probabilidad que la suma de estos sea:
   c) Siete
   .

   d) Número par.

   e) Mayor que 6.

3. Determina la probabilidad que al sacar una carta de una baraja de 54 cartas sea:
   d) 2.

   e) Color negro.

   f) Diamante.

Ley Aditiva de la Probabilidad

Si A y B son dos eventos del espacio muestral, la probabilidad de ocurrencia de uno de los dos eventos se calcula con la suma de las probabilidades de ocurrencia los dos eventos, menos la probabilidad de que ambos eventos ocurran simultáneamente.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo:

El espacio muestrales:E = {1,2,3 6 ,4,5, }

1. Cálculo de la probabilidad de un número par.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2. Cálculo de la probabilidad de un número primo.

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3. Cálculo de la probabilidad de obtener un número par y primo.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

4. Cálculo de la probabilidad de obtener un número par o primo es la unión de los eventos anteriores.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

Ley multiplicativa de la probabilidad

La probabilidad de ocurrencia de dos eventos que pertenezcan al espacio muestral, depende de la relación entre ellos y se calcula:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Ejemplo:

En total hay 10 esferas en la urna: Sea “A” el evento de sacarla primera esfera de color rojo, “B” el evento de sacar la segunda esfera de color rojo y “C” el evento de sacar una tercera esfera de color verde. Entonces la probabilidad del evento A es:

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

Dado que son siete esferas rojas de un total de 10, la probabilidad de B es:

$$P(B) = \frac{6}{9}$$

Puesto que se ha extraído una esfera del total y quedan seise esferas rojas, la probabilidad de C es:

$$P(C) = \frac{3}{8}$$

Puesto que se han extraído dos esferas del total y hay tres esferas verdes, por la ley de la multiplicación de probabilidades:

$$P(R) = \left(\frac{7}{10}\right) * \left(\frac{6}{9}\right) * \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{7}{40}$$

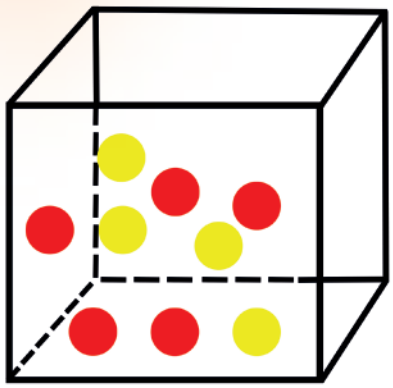
Cierre

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

ACTIVIDAD 5
SD2-B6

Determina las probabilidades que se te piden en cada reactivo.

1. En una caja hay cinco bolitas rojas y 4 amarillas.



Si se sacan tres bolitas, una tras otra, determina la probabilidad de:

a) La primera sea roja y las demás amarillas.

b) Las tres sean rojas.

c) La primera sea amarilla, la segunda roja y la tercera amarilla.

d) Las tres sean amarillas.

2. En el lanzamiento de dos dados, determina la probabilidad que la suma de estos sea:

a) 6.

b) Mayor que 10.

c) 6 o 7.

d) No sea par.

e) El número sea prima.

f) No tenga número iguales.

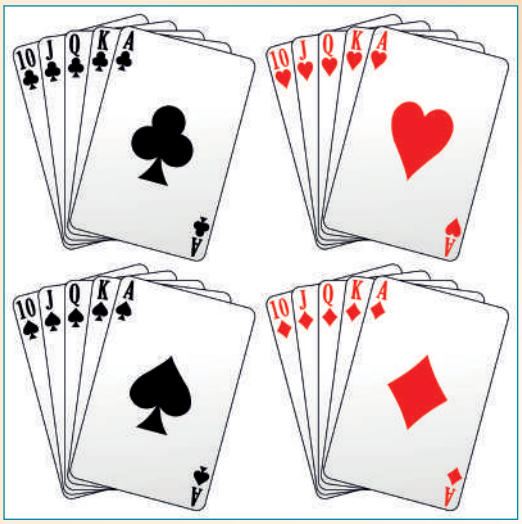
3. En el juego de domino, al tomar un ficha determina la probabilidad de:

a) Sacar una ficha que tenga 1 o 3.

b) Sacar una mula.

c) Sacar un cero.

4. En un paquete de cartas con 52 cartas, se saca una de ellas. Determina la probabilidad de:



a) Sea mayor de 3.
b) Sea número par.
c) Salga una letra A, J, Q, K.
d) Sea Espada o Diamante.
e) Sea de color negro.
f) Sea rojo y trébol.

5. Determina el espacio muestral de los incisos anteriores.

Instrumentos de evaluación

Nombre:_____

Actividad:_____

Materia:_____

Grupo:_____

Fecha de Entrega:_____

	Estructura.
	6. Cuenta con la lista de cotejo impresa anexa a la actividad de cierre.
	7. La lista de cotejo presenta los datos de identificación del elaborador.
	Estructura interna.
	8. Tiene el 100% de los reactivos contestados.
	9. Tiene del 70 al 90% de los reactivos contestados.
	10.Tiene el 50% de los reactivos contestados.
	11.Cada reactivo cuenta con los argumentos lógicos y coherentes que llevan a la respuesta del problema o ejercicio.
	Contenido.
	12.El alumno jerarquiza los reactivos de acuerdo al nivel de dificultad.
	Aportaciones propias.
	13.Realiza la comprobación del reactivo mediante el uso de algún software.
	Total de desempeños

AUTOEVALUACIÓN

Guarda el ejercicio en tu portafolio de evidencias.

I. Subraya la respuesta correcta de los siguientes conceptos:

1. Es el conjunto de elementos de los cuales, se desea realizar un estudio de una o algunas características.
   a) Muestra.
   b) Variable.
   c) Población.
   d) Estadística.

2. Es la rama de las matemáticas que conjunta herramientas para recopilar, clasificar, ordenar, presentar, analizar e interpretar datos.
   a) Muestra.
   b) Variable.
   c) Población.
   d) Estadística.

3. ¿Cómo se define a la característica que se pretende estudiar de una población?
   a) Muestra.
   b) Variable.
   c) Estadística.
   d) Evento.

4. Es la variable que solo puede tomar valores numéricos enteros.
   a) Numérica continua.
   b) Numérica discreta.
   c) Numérica categórica.
   d) Categórica nominal.

5. Es el dato que más se repite:
   a) Mediana.
   b) Moda.
   c) Media aritmética.
   d) Muestra.

6. Es el promedio de los datos:
   a) Mediana.
   b) Moda.
   c) Media aritmética.
   d) Muestra.

7. Es la rama de las matemáticas que estudia los experimentos o fenómenos aleatorios.
   a) Estadística.
   b) Probabilidad.
   c) Muestreo.
   d) Álgebra.

8. Son los resultados de cualquier experimento.
   a) Probabilidad.
   b) Evento.
   c) Muestra.
   d) Resultado experimental.

9. Son aquellos que siempre va a dar un resultado cierto o seguro, aquí tenemos la certeza de que este va a suceder.
   a) Experimentos Aleatorios.
   b) Experimentos Deterministas.
   c) Probabilidad de certeza.
   d) Estadística inferencial

10. Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
   a) Experimentos aleatorios.
   b) Evento.
   c) Población.
   d) Espacio Muestral.

II. Realiza las medidas de tendencia central que se solicitan:

En un examen de curso de verano de la asignatura de Matemáticas 1, del plantel Nuevo Hermosillo, se obtuvieron los siguientes calificaciones:

75	75	91	90	75
70	90	95	84	65
80	82	75	75	60
85	75	60	65	50

Con base en la información proporcionada, selecciona la opción correcta.

11. La moda:
   a) 60
   b) 75
   c) 75.85
   d) 60

12. La mediana
   a) 60
   b) 75
   c) 75.85
   d) 60

13. La media
   a) 60
   b) 75
   c) 75.85
   d) 60

14. La población de estudio es:
   a) Alumnos del curso de verano de Matemáticas 1 del plantel Nuevo Hermosillo.
   b) El curso de verano.
   c) Las calificaciones del curso.
   d) Profesores del plantel Nuevo Hermosillo.

15. La variable de estudio:
a) Las calificaciones del curso de verano.
b) El curso de verano.
c) Alumnos del curso de verano de matemáticas 1, del Plantel Nuevo Hermosillo.
d) Inteligencia de los alumnos.

16. El tipo de variable:
a) Numérica discreta.
b) Numérica Continua .
c) Categórica nominal.
d) Categórica nominal.

III. Determina el cálculo de probabilidades que se solicitan:
Al lanzar un dado encuentra la probabilidad de:

17. Que caiga 2.
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{6}$

18. Que caiga número primo.
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{6}$

19. Que caiga número par o número primo.
a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{6}$

IV. Espacio muestral

20. Determina el espacio muestral de un dado:

a) $\left\{\begin{matrix} 1,1 & 2,1 & 3,1 & 4,1 & 5,1 & 6,1 \\ 1,2 & 2,2 & 3,2 & 4,2 & 5,2 & 6,2 \\ 1,3 & 2,3 & 3,3 & 4,3 & 5,3 & 6,3 \\ 1,4 & 2,4 & 3,4 & 4,4 & 5,4 & 6,4 \\ 1,5 & 2,5 & 3,5 & 4,5 & 5,5 & 6,5 \\ 1,5 & 2.6 & 3.6 & 4.6 & 2.6 & 6.6 \end{matrix}\right\}$

b) $\left\{\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{matrix}\right\}$

c) $\left\{\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{matrix}\right\}$

21. Calcula el espacio muestral de tirar 4 monedas:

a) $\left\{\begin{matrix} AAAA & AAAS & AASA & AASS \\ ASAA & ASAS & ASSA & ASSS \\ SAAA & ASAS & SASA & SASS \\ SSAA & SSAS & SSSA & SSSS \end{matrix}\right\}$

b) $\left\{\begin{matrix} AAAA & ASAA & AASA \\ SASA & SSAA & SSSS \end{matrix}\right\}$

c) $\left\{\begin{matrix} AAAA & AAAS & AASA & AASS \\ ASAA & ASSS & AAAA & ASSA \\ SAAA & AAAS & SASA & SASS \\ SSAA & SSAS & SSSA & SSSS \end{matrix}\right\}$

d) 16

V. Determina la probabilidad de que al lanzar dos monedas:

22. Caiga dos águila

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

23. Caiga dos iguales (AA o SS)

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

Instrumento de evaluación

Si de la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron de 17 a 19 reactivos que contestaste correctamente se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 15 a 16 **BUENO**, de 12 a 14 **REGULAR** y menos de 12 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** ➢ Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. ➢ Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Esta competencia será alcanzada si obtuviste un desempeño BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE.	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE** te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho y, obviamente, que corrijas aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** O **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o tus compañeros para que le solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

COEVALUACIÓN

INSTRUCCIONES:

1) Reúnete con dos de tus compañeros y respondan de manera individual cada uno de los siguientes reactivos.
2) Ya que hayan contestado los reactivos, intercambien sus módulos para la revisión del trabajo que realizaron (Es importante que nadie se quede con su propio módulo).
3) De la manera más honesta evalúa al compañero que te toco.
4) Completa la Rúbrica que viene al final y entrega el módulo a tu compañero.

I. En una encuesta realizada en un centro comercial, se les pregunto la edad a 50 personas, un sábado de 17:00 a 18:00 hrs, obteniendo los siguientes resultados:

22	42	15	36	17	16	22	30	36	21
30	29	14	30	19	13	22	18	42	24
21	30	26	23	27	13	21	19	45	20
20	16	30	21	52	38	25	32	30	19
45	15	32	18	40	41	32	35	18	18

1. ¿Cuál es la población de estudio?

   _____

2. ¿Cuál es la variable que se estudiará?

   _____

3. ¿Qué tipo de variable se analiza?

   _____

4. Realiza una tabla de frecuencias para analizar la información.

   _____

5. Calcula las medidas de tendencia central para estos datos.

   _____

II. Al sacar al azar tres cartas, una tras otra de una bajara común de 52 cartas, determina la probabilidad de:

1. Sacar dos Ases y un Rey.
2. Seleccionar tres cartas de corazones.
3. Elegir una carta con figuras rojas y las otra dos negras.
4. Sacar una carta roja o una negra.
5. Sacar una carta que sea número y dos que sean letras.
6. Sacar tres cartas Tréboles.
7. Sacar un trébol y dos corazones.
8. Sacar un 5 de diamante, dos de trébol y As de espadas.
9. Sacar un As, un Rey y un dos.
10. Sacar un 8 negro, un tres rojo y 2 rojo.

Instrumento de evaluación

Si de la actividad anterior respondiste correctamente todos los reactivos considera tu resultado **EXCELENTE**, si fueron de 17 a 19 reactivos que contestaste correctamente se considera como **MUY BUENO**, si fueron de 15 a 16 **BUENO**, de 12 a 14 **REGULAR** y menos de 12 **INSUFICIENTE**, lo que exige refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos en función de las respuestas correctas que tuviste? **Señala con una ✓ según sea el número de reactivos correctamente contestados.** ➢ Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. ➢ Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. Esta competencia será alcanzada si obtuviste un desempeño BUENO, MUY BUENO O EXCELENTE.	**EXCELENTE**	
	MUY BUENO	
	BUENO	
	REGULAR	
	INSUFICIENTE	

Si tu resultado fue **BUENO**, **MUY BUENO** O **EXCELENTE** te felicitamos y te motivamos a que sigas esforzándote como lo has hecho y, obviamente, que corrijas aquello que no te permitió alcanzar la excelencia; si tu desempeño fue **REGULAR** O **INSUFICIENTE**, refuerza tus conocimientos consultando de nuevo el contenido del bloque si lo consideras necesario. Además te invitamos a que te acerques a tu maestro o tus compañeros para que le solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

GLOSARIO

A

Altura: segmento de recta que partedel vértice de un triángulo y que es perpendicular al lado opuesto de dicho vértice.

Ángulo: es la abertura que se forma entre dos rayos que tienen un punto en común llamado vértice. A los rayos se le denominan lados del ángulo.

Ángulos adyacentes: son aquellos que tienen un vértice en común y comparten uno de sus lados, es decir, se encuentran sobre la misma recta.

Ángulo central de un polígono regular: el ángulo central de un polígono es el que tiene su vértice en el centro del polígono y su lado inicial y final son dos radios del polígono.

Ángulo central de una circunferencia: el ángulo central de una circunferencia es el que tiene su vértice en el centro dela circunferencia y su lado inicial y final son dos radios dela misma.

Ángulos complementarios: son dos o más ángulos adyacentes cuyas medidas suman un ángulo recto, es decir, suman 90°. Así, si se tienen dos ángulos complementarios un ángulo es complemento del otro.

Ángulos conjugados: son aquellos ángulos cuya suma es de 360°. Por ejemplo, el conjugado de 120° es 240°.

Ángulo de depresión: es el que se forma entre la línea visual de un observador y un objeto cuando este se encuentra debajo de la horizontal.

Ángulo de elevación: es el que se forma entre la línea visual de un observador y un objeto cuando este se encuentra arriba de la horizontal.

Ángulo exterior de un polígono: el ángulo exterior se forma al prolongar uno de los lados del polígono, es decir, el ángulo exterior es adyacente a uno de los ángulos interiores del polígono.

Ángulo exterior en una circunferencia: es el que tiene su vértice fuera de la circunferencia y puede estar formado por: dos secantes, dos tangentes, o bien por una secante y una tangente.

Ángulo inscrito: el ángulo inscrito es aquel cuyo vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son dos cuerdas.

Ángulo interior: un ángulo interior es el ángulo formado por dos lados consecutivos del polígono.

Ángulos suplementarios: son ángulos adyacentes cuyas medidas suman un ángulo llano, es decir, suman 180º. Así, si dos ángulos son suplementarios uno es el suplemento del otro.

Ángulo semi-inscrito: es aquel cuyo vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son una secante y una tangente.

Ángulos opuestos por el vértice: son aquellos que tienen un vértice en común y los lados de uno de ellos son las prolongaciones de los lados del otro.

Apotema de un polígono regular: el apotema es el segmento de recta que une el centro del polígono con el punto medio de uno de sus lados y tiene la propiedad de ser perpendicular a éste.

Arco: es una parte de la circunferencia.

B

Baricentro: punto de intersección de las medianas de un triángulo. También conocido como centroide del triángulo.

Bisectriz: recta que pasa por el vértice de un triángulo y que divide al ángulo en dos partes congruentes.

C

Cateto opuesto (a): es el lado opuesto al ángulo.

Cateto adyacente (b): es el lado contiguo al ángulo.

Circuncentro: punto de intersección de las mediatrices de un triángulo, es el centro de una circunferencia que circunda al triángulo.

Círculo: es el área delimitada por una circunferencia, es decir, es el conjunto de puntos interiores de la circunferencia, incluyéndola.

Circunferencia: es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan (están a la misma distancia) de otro punto fijo llamado centro (C).

Circunferencia circunscrita a un polígono regular: es la circunferencia que está fuera del polígono cuyo radio es el radio del polígono.

Circunferencias concéntricas: circunferencias que tienen el mismo centro.

Circunferencia inscrita en un polígono regular: es la circunferencia que está dentro del polígono cuyo radio es la apotema del polígono.

Congruencia: se dice que hay congruencia entre dos figuras si al colocar una sobre la otra todos sus puntos coinciden, es decir, si ambas figuras tienen la misma forma y el mismo tamaño.

Corona circular: es el área que existe entre dos circunferencias concéntricas.

Cuerda: es el segmento de recta que une dos puntos de una circunferencia.

D

Diagonal : es el segmento de recta que une dos vértices no consecutivos de un polígono.

Diámetro: es la cuerda mayor de una circunferencia, es decir, es el segmento de recta que une a dos puntos de la circunferencia y contiene al centro. El diámetro mide dos veces el radio.

E

Escuadrar: es un proceso mediante el cual los albañiles y otros artesanos verifican que el ángulo que se forma entre dos segmentos o superficies es de 90o.

Estadio: medida de longitud, usadas en las antiguas ciudades de Grecia y Roma, de 125 pasos geométricos equivalente a 185 m aproximadamente.

G

Gnomon: instrumento que servía para medir la altura del sol con respecto al paso del tiempo, consta de una superficie plana horizontal con una escala graduada, sobre la cual se coloca de manera perpendicular un objeto alargado llamado estilo.

Goniómetro: es una herramienta que nos permite medir la elevación de cualquier objeto de manera sencilla mediante una serie de cálculos.

H

Hipotenusa (c): es el lado opuesto al ángulo recto, o lado de mayor longitud del triángulo rectángulo.

I

Identidad trigonométrica: es una igualdad entre expresiones que contienen razones trigonométricas y es válida para todos los valores del ángulo en los que están definidos

Incentro: punto de intersección de las bisectrices de un triángulo, es el centro de una circunferencia inscrita al triángulo.

J

Línea: es un conjunto infinito de puntos. Es una forma que tiene longitud (largo) pero carece de ancho y alto, es decir, es una forma de una dimensión.

Línea curva: conjunto de puntos siempre unidos tal que no se encuentran en una misma dirección, es decir, que entre cada par de puntos consecutivos no existe la misma pendiente.

Línea recta: conjunto de puntos tal que dos puntos consecutivos de ella tienen una misma pendiente o inclinación o dirección.

Longitud de arco: en una circunferencia: es la medida del arco subtendido por dos radios de la circunferencia.

O

Ortocentro: punto de intersección de las alturas de un triángulo.

P

Pantógrafo: instrumento que sirve para copiar dibujos aumentando o disminuyendo su tamaño, basado en paralelogramos articulados.

Perímetro: la palabra perímetro viene del vocablo griego: “peri” que significa alrededor y “metron” medida, es decir, el perímetro de una figura geométrica es la medida de su contorno. En el caso de un polígono es la suma de sus lados y en el caso de una circunferencia es la medida de la misma.

Polígono: la palabra polígono viene del vocablo griego: “poli” que significa muchos y “gonos” ángulos, es decir, el polígono es una figura geométrica que tiene muchos ángulos o muchos lados, mínimo tres y generalmente en un plano.

Punto: objeto que sólo tiene posición, es decir, carece de dimensión.

R

Radio de un polígono regular: es un segmento de recta que une el centro del polígono con uno de sus vértices.

Radio de una circunferencia: es la distancia del centro a cualquier punto que pertenece a la circunferencia, siendo esta distancia siempre la misma.

Radián: es el valor del ángulo cuya medida de su arco es igual al radio de una circunferencia cuyo radio vale 1.

Recíproco: es el resultado de multiplicarlos que resulte la unidad.

S

Secante: es la recta que corta a la circunferencia en dos puntos.

Segmento de recta: porción de recta comprendida entre dos puntos llamados extremos.

Semi-circunferencia: es la mitad de una circunferencia.

Semi-círculo: es la mitad de un círculo, es decir, el área delimitada por una semicircunferencia.

Semirrecta o rayo: porción de recta que empieza en un punto fijo y se extiende indefinidamente en una dirección.

Scaphe: instrumento esférico cuya superficie está cuadriculada.

T

Triángulo: es una superficie plana delimitada por tres lados, tres vértices, tres ángulos internos y tres externos.

Tangente: es la recta que toca a la circunferencia en un punto. A este punto se le conoce como punto de tangencia. La recta tangente tiene la propiedad de ser perpendicular al radio formado por el centro y el punto de tangencia.

Trigonometría: es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos. Etimológicamente significa “medida de triángulos”.

REFERENCIAS

Bibliografía:

- Valenzuela Chavez Alma Lorenia. (2010). Matemáticas 2. Hermosillo, Sonora:Cobach.
- Godoy Ramiro, et. al. . (2014). Matemáticas 2. Hermosillo, Sonora: Cobach.
- Programa de estudio para Matemáticas 2. SEP.

Webgrafías (Bloque 3):

- https://www.google.com.mx/search?q=eratostenes+y+el+radio+de+la+tierra&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiokbnKrZ_PAhXH8CYKHRYsCwsQ_AUIBigB#q=eratostenes%20y%20el%20radio%20de%20la%20tierra&tbm=isch&tbs=rimg%3ACejrgAknHuteIjhkAhNvqlngwl-hj8cDbbK5Cyac9AgRLPRbCsW05hmUQVlK-yy_1dt-NghXGVXBX3Wwio9WL8p8gbQyoSCWQCE2-qWeDCEQNTyeUK4wmIKhIJX6GPxwNtsrkRTW_1GrMF_1ZS0qEgkLJpz0CBEs9BF7rvLTiA4UAyoSCVsKxbTmGZRBEQpk8UjDsaZVKhIJWUr7LL9202ARZQE5HqurfeIqEgmFcZVcFfdbCBFl00DMFMUQ5CoSCaj1YvynyBtDEY4RxO7imRHe&imgdii=_zaFn-kd-alrHM%3A%3B_zaFn-kd-alrHM%3A%3B_Z-ePZrv_csFhM%3A&imgrc=_zaFn-kd-alrHM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=imagen+de+un+diamante&espv=2&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwip87f9u8bPAhUW0IMKHSPgCHMQ_AUIBigB#tbm=isch&q=estrella+de+david+imagenes&imgrc=hzCO0ZTohgEaCM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=imagen+de+una+torre+de+antena&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiBjf3zrJTPAhXGdz4KHalZA3QQ_AUIBigB#imgdii=KmcoAXFavSbPGM%3A%3BKmcoAXFavSbPGM%3A%3BRY9uF63sO8C8tM%3A&imgrc=KmcoAXFavSbPGM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=imagen+de+un+diamante&espv=2&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwip87f9u8bPAhUW0IMKHSPgCHMQ_AUIBigB#q=imagen%20de%20un%20diamante&tbm=isch&tbs=rimg%3ACVdOCmMdXxPnIjisN1IRpRSAeFxqkoHoZdGzq3altrGh-_1Oi6KflbtYwX9NDpBcNDyGjmFOql398oP4kC295NMDsuyoSCaw3UhGlFIB4EYRWbNGiUr0uKhIJXGqSgehl0bMRz0RI7hix5p4qEgmrdqW2saH78xGftjkIU12azSoSCaLop-Vu1jBfEeQPJp9rnJI7KhIJ00OkFw0PIaMRIzO7Ots_19z0qEgmYU6qXf3yg_1hE_1So-N0QXoWyoSCSQLb3k0wOy7Ec5lYZoxeuzV&imgrc=_
- https://es.wikipedia.org/wiki/Francia_metropolitana
- https://www.google.com.mx/search?q=l%27hexagone&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwirmuWuodTPAhUFrlQKHSREBTIQ_AUICCgB&biw=1005&bih=468#q=l%27hexagone&tbm=isch&tbs=rimg%3ACYGqu7MQo-uLIjiKd64gPzJGANOyYnw85auxHE_1egrhoml1HXk1PoHTYFj3H5z6AFrE1og4MIugOt-ExupIYlkbRvioSCYp3riA_1MkYAEbErSEg4nsA1KhIJ07JifDzIq7ERQrgk7KvFxy8qEgkcT96CuGiaXRErIGmJHbTABioSCUdeTU-gdNgWEdlvnGTXlaYsKhIJPcfnPoAWsTURdyUWZ9CSXM8qEgmiDgwi6A634RGnLYFNQ-fVYioSCTG6khiWRtG-ESsgaYkdtMAG
- https://es.wikipedia.org/wiki/Pappus_de_Alejandr%C3%ADa
- https://jlmateos.wordpress.com/2012/02/09/matematicas-pappus-de-alejandria-y-el-teorema-del-hexagono/
- https://es.wikipedia.org/wiki/Jacques_Philippe_Maraldi
- https://www.google.com.mx/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=kepler%20biografia
- https://es.wikipedia.org/wiki/Charles_Darwin

- https://www.google.com.mx/search?q=darwin+biografia&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwjsx82D1dXPAhUnjFQKHcREDywQ_AUIBigB&dpr=1
- https://www.google.com.mx/search?q=se%C3%B1ales+viales&espv=2&biw=1012&bih=644&site=webhp&source=lnms&tbm=isch&sa=X&sqi=2&ved=0ahUKEwikktDsoYrPAhUM34MKHda6CLEQ_AUIBigB#tbm=isch&tbs=rimg%3ACT8VSMWjq1VwIjhyJbFK8Obov9jdBAcYAXygmxaxbujIA2btwUzJS6trckizszsfswL_1aeZoDGMvfp41iq_1D74sqrioSCXIlsUrw5ui_1EV6vJVi9xtmsKhIJ2N0EBxgBfKARSTAEmC5qLVsqEgmbFrFu6MgDZhGVc8geMCOlqSoSCe3BTMILq2tyEZwDtKrN2QSLKhIJSLOzOx-zAv8RAC85vGwJEugqEgIp5mgMYy9-nhH2OegCF5e-JyoSCTWKr8PviyquES_1D6MlQ1Vfq&q=se%C3%B1ales%20viales&imgrc=rdu721ExJXljSM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=animales+cuya+piel+tiene+dibujados+poligonos&espv=2&biw=1012&bih=644&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjtut7FporPAhXkzIMKHXjJDDoQ_AUIBigB#imgrc=sW5nWrXHAulgGM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=piel+de+una+jirafa&espv=2&biw=1012&bih=644&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiburvIp4rPAhWM6IMKHbH4A5IQ_AUIBigB#imgrc=y7upK5L90S0gQM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=los+poligonos+en+la+naturaleza&espv=2&biw=1012&bih=644&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjGpsfBq4rPAhVq2oMKHQR1BPcQ_AUIBigB#imgrc=j_6XZzRtn4eycM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=cristales+de+cuarzo&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi0yceMtIrPAhUB4oMKHSE8BtUQ_AUICCgB&biw=1012&bih=644#imgrc=ghIWa0IlyrsWiM%3A
- https://conexioncristalina.wordpress.com/page/14/
- http://www.3djuegos.com/foros/tema/10500211/0/animales-domesticos-la-tortuga/
- http://www.ngenespanol.com/naturaleza/animales/16/01/27/estrella-de-mar-curiosos-raro-diferente-unico-marino.html
- https://www.google.com.mx/search?q=serpientes&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwigkK64tYjPAhUEyT4KHRsQCCsQ_AUIBigB#imgrc=fZ8P9I3V75gRJM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=serpientes&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwigkK64tYjPAhUEyT4KHRsQCCsQ_AUIBigB#imgrc=x0WukxB7XeUISM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=piel+de+serpientes&espv=2&biw=1024&bih=509&tbm=isch&imgil=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%253B1b0hkMmdUehtWM%253Bhttp%25253A%25252F%25252Fwww.wallpapersxl.com%25252Fwallpaper%25252F1680x1050%25252Fcuero-descargar-fondos-de-pantalla-piel-serpiente-hd-widescreen-gratis-966655.html&source=iu&pf=m&fir=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%252C1b0hkMmdUehtWM%252C_&usg=__bs9iJoIgcK-TFHRdMQr_fXhgNK4%3D&dpr=1&ved=0ahUKEwjMrfSfuIjPAhVMGT4KHdP1BhQQyjcIJA&ei=5uTVV8yiGsyy-AHT65ugAQ#imgrc=hWkT6P7ot7Le2M%3ª
- https://www.google.com.mx/search?q=piel+de+serpientes&espv=2&biw=1024&bih=509&tbm=isch&imgil=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%253B1b0hkMmdUehtWM%253Bhttp%25253A%25252F%25252Fwww.wallpapersxl.com%25252Fwallpaper%25252F1680x1050%25252Fcuero-descargar-fondos-de-pantalla-piel-serpiente-hd-widescreen-gratis-966655.html&source=iu&pf=m&fir=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%252C1b0hkMmdUehtWM%252C_&usg=__bs9iJoIgcK-TFHRdMQr_fXhgNK4%3D&dpr=1&ved=0ahUKEwjMrfSfuIjPAhVMGT4KHdP1BhQQyjcIJA&ei=5uTVV8yiGsyy-AHT65ugAQ#imgrc=oXBgyS0tywQmkM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=piel+de+serpientes&espv=2&biw=1024&bih=509&tbm=isch&imgil=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%253B1b0hkMmdUehtWM%253Bhttp%25253A%25252F%25252Fwww.wallpapersxl.com%25252Fwallpaper%25252F1680x1050%25252Fcuero-descargar-fondos-de-pantalla-piel-serpiente-hd-widescreen-gratis-966655.html&source=iu&pf=m&fir=Hpc5-WJfz3uLSM%253A%252C1b0hkMmdUehtWM%252C_&usg=__bs9iJoIgcK-TFHRdMQr_fXhgNK4%3D&dpr=1&ved=0ahUKEwjMrfSfuIjPAhVMGT4KHdP1BhQQyjcIJA&ei=5uTVV8yiGsyy-AHT65ugAQ#imgrc=uWO51Tl5M8QLCM%3A
- https://es.dreamstime.com/imagen-de-archivo-ojos-rojos-grandes-image154101

- https://www.google.com.mx/search?q=ojos+de+insectos+ampliados&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjOoM3tu4jPAhWCWj4KHZ1AAeYQ_AUICCgB&biw=1024&bih=509#imgrc=jfU4MhYXWw353M%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=panales+de+miel+de+abeja&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiH4uzuvIjPAhXFXD4KHWsAC1sQ_AUICCgB&biw=1024&bih=509#imgrc=LtSrY5HBNFwhKM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=geometr%C3%ADa+en+arquitectura&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjS__zTwYjPAhVLeD4KHbvZAB0Q_AUIBigB
- https://www.google.com.mx/search?q=geometr%C3%ADa+en+arquitectura&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjS__zTwYjPAhVLeD4KHbvZAB0Q_AUIBigB#tbm=isch&q=geometr%C3%ADa+en+pintura
- https://www.google.com.mx/search?q=geometria+molecular&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiZvMH2w4jPAhVCdD4KHZYRBMoQ_AUIBigB#tbm=isch&q=geometria+molecular+del+carbono&imgrc=0PdFSYfoKTg6bM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=estructuras+de+compuestos+quimicos&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjD5rGzxYjPAhXE2D4KHUL-A3wQ_AUIBigB#imgrc=GlAKKc1dNwPrJM%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=pentagono&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1024&bih=509&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjfg-H30IjPAhUIGD4KHbO5AqkQ_AUIBigB#imgrc=siJV2q2X9Za--M%3A
- https://www.google.com.mx/search?q=poleas+y+bandas&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjT25iW_pHPAhVF4CYKHTjwCxwQ_AUIBigB
- https://www.google.com.mx/search?q=bicicletas&rlz=1C1AOHY_esMX709MX709&espv=2&biw=1005&bih=468&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjdparZ_pHPAhXEwiYKHVsSBeoQ_AUIBigB
- http://blogonprod.nearwen.com/%C2%BFpor-que-las-abejas-guardan-la-miel-en-hexagonos/
- http://www.taringa.net/post/info/12029514/Porque-las-Abejas-Construyen-Hexagonos.html
- http://www.teinteresa.es/educa/panales-abejas-hexagonales_0_937706674.html
- http://www.teinteresa.es/educa/panales-abejas-hexagonales_0_937706674.html
- http://gaussianos.com/las-matematicas-y-las-abejas/
- https://es.wikipedia.org/wiki/Panal
- http://culturacientifica.com/2014/02/26/el-rombododecaedro-estrellado-arte-abejas-y-puzzles-primera-parte/
- http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/17732/A.Soler%20Documento%20Proyecto%20Fin%20de%20Carrera.pdf?sequence=1
- http://ciudadseva.com/texto/el-cuento-mil-y-dos-de-scheherazade/
- http://www.construye-t.org.mx/lecciones

Lecciones

CONSTRUYE T

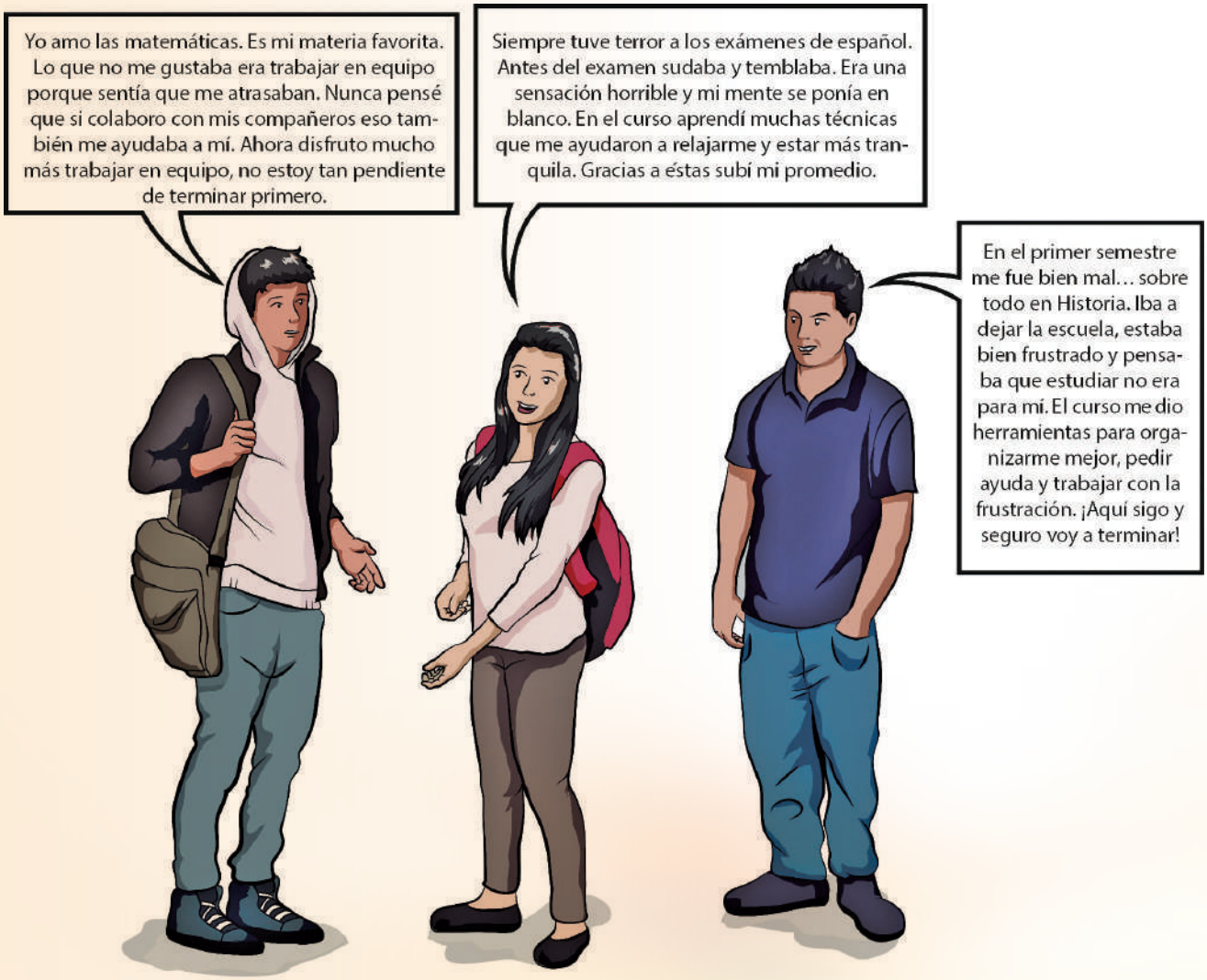
1.0 ¿Qué voy a ver en este curso?

"Podemos cambiar quienes somos. Podemos volvernos mejores de diversas maneras, y podemos darnos a nosotros mismos más posibilidades"
James Heckman

¡Y ahora nos dicen que también tenemos que llevar el curso de habilidades socioemocionales! ¿Qué es eso?

Es normal que tomar un curso que no sabes de qué se trata te cause confusión, angustia o curiosidad. Por eso, en esta lección exploraremos qué vamos a hacer en Construye T y para qué te será útil.

1. Lee los siguientes comentarios de estudiantes que han llevado un curso de habilidades socioemocionales.



2. Después de leer los comentarios de estos estudiantes, escribe dos ideas acerca de lo que crees que aprenderás en este curso sobre las habilidades socioemocionales, **Construye T.**

I. _____

_____

II. _____

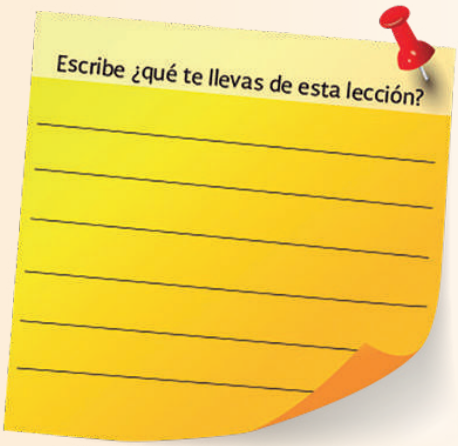
_____

3. En equipos de tres, comenten sus ideas.

4. Partiendo de las ideas comentadas con tus compañeros, contesta: ¿crees que **Construye T** será un curso que te va a ser útil, interesante? ¿Por qué?

Recuerda que en este curso:

1. Las respuestas de los ejercicios son sólo para ti.
2. Compartirás tus ideas sólo si tienes ganas de hacerlo.



Resumen

Hay algo que compartimos todos los seres humanos: el deseo de estar bien. Sin embargo, la mayoría de nosotros no siempre lo logra. ¿Por qué? Hoy sabemos que aunque tengamos todo lo que queremos, si no sabemos hacia dónde queremos ir y cómo llegar ahí; si nos dejamos arrastrar por el miedo o el enojo; o si nos mantenemos aislados, entonces, todo se dificulta. Nos sentimos mal, no pensamos con claridad y tomamos decisiones de las cuales luego nos arrepentimos. Por otro lado, aún en medio de dificultades y retos, si sabemos quiénes somos y qué queremos, si confiamos en nosotros y sabemos trabajar con nuestras emociones, si contamos con aliados y tenemos estrategias para tomar decisiones podremos salir adelante y lograr nuestros objetivos. En Construye T aprenderás a desarrollar estas habilidades socioemocionales. Con ellas y con todo lo que aprenderás en clase, tendrás herramientas que te ayuden a alcanzar tus metas y sentirte bien contigo mismo y con quienes te rodean, ahora y en el futuro.

Para tu vida diaria

Para conocer un poco más de qué se trata Construye T te sugerimos buscar en Youtube el vídeo titulado: "*Conoce T*", lección 1.0 o da clic aquí.

¿Quieres saber más?

¿Quieres saber qué dice la ciencia sobre las emociones y cómo gestionarlas?
Puedes buscar en Youtube el video de *"Redes para la ciencia"*, o darle clic aquí.

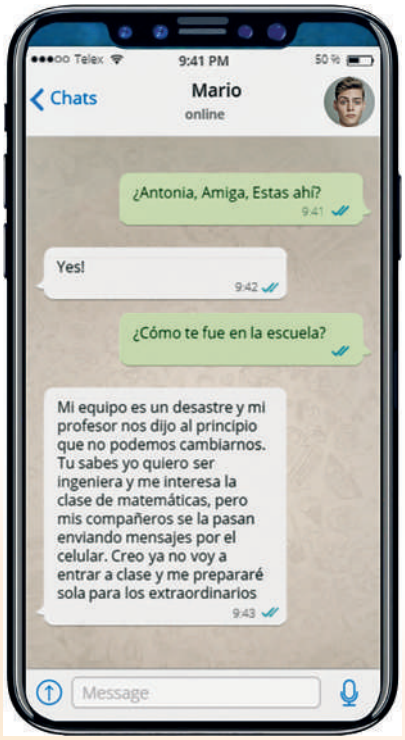
1.6 Puedo buscar ayuda

"Si precisas una mano, recuerda que yo tengo dos."
Agustín de Hipona

¡Otra vez un problema que resolver! La semana pasada lo de la tarea en equipo, ayer el asunto de no poder imprimir, hoy hay que resolver con la directora el tema de la pelea de Julia y Alan, ¿qué será mañana? Seguramente ya te habrás dado cuenta de que no podrás evitar enfrentarte a múltiples obstáculos para lograr tus metas personales y académicas. ¿Te has puesto a pensar que en muchas ocasiones resulta muy útil pedir ayuda a otros? ¿A quién le podrías pedir ayuda?

1. Escribe una situación o problema que te preocupa relacionado con tu clase de Matemáticas o la escuela en general.

2. En equipos de tres personas comenten qué le recomendarían a los siguientes estudiantes:



3. Probablemente algunas de las recomendaciones para Mario y Antonieta estaban relacionadas con pedir ayuda. Anoten dos desventajas de resolver el problema solos y dos ventajas de pedir ayuda.

Desventaja 1: _____

_____

_____

Desventaja 2: _____

_____

_____

Ventaja 1: _____

_____

_____

Ventaja 2: _____

_____

_____

4. Regresa al problema que escribiste en el ejercicio 1.
Reflexiona y responde:

I. ¿A quién le puedo pedir ayuda para resolver este problema?

_____

II. ¿Qué tipo de ayuda le puedo pedir? _____

_____

Resumen

Saber dar y recibir ayuda es una habilidad muy importante en todos los ámbitos de la vida. De acuerdo con la investigadora Darcia Narváez los seres humanos hemos evolucionado para cooperar entre nosotros. Desde que nacemos necesitamos del cuidado de otros para sobrevivir, y a lo largo de toda la vida de una u otra manera dependemos de los demás. Reconocer quiénes son las personas que pueden apoyarte, y aprender a solicitar su ayuda te permitirá fortalecer lazos de cooperación, afrontar mejor las dificultades y lograr tus metas.

Para tu vida diaria

Michelle Obama, esposa del ex presidente, estadounidense Barack Obama, dijo en un discurso *"Pedir ayuda no es un signo de debilidad, sino una señal de fortaleza"*. ¿Encuentras alguna relación entre esta frase y lo que analizamos en esta lección?

¿Quieres saber más?

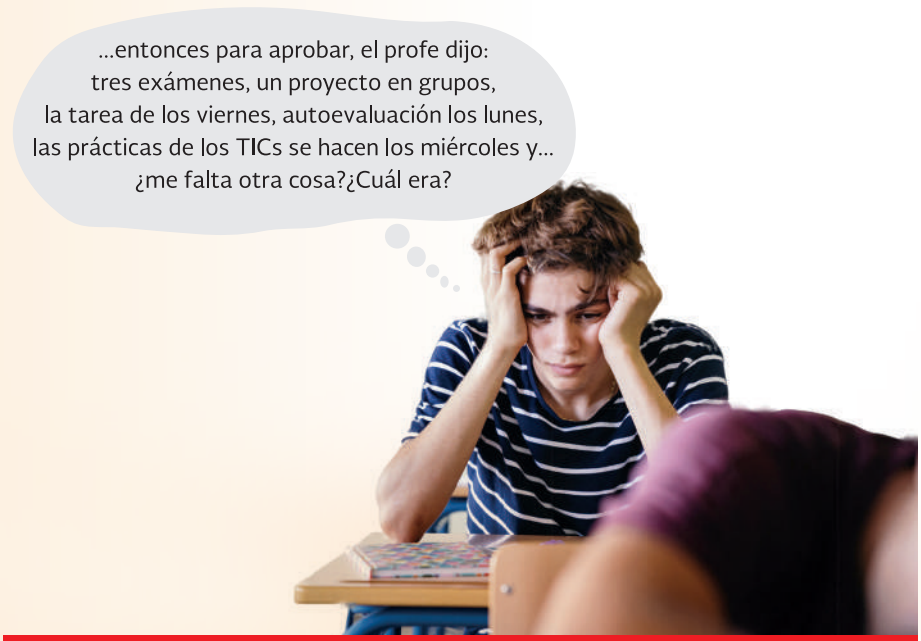
La historia del siguiente video animado nos muestra que nos podríamos evitar algunos problemas si pedimos ayuda a tiempo. ¿Te cuesta trabajo pedir ayuda? Puedes buscar en Youtube el vídeo titulado *"El arte perdido de pedir ayuda"*, o darle clic aquí.

2.6 Mis metas académicas

"Todo empieza con un sueño. Suéñalo y podrás lograrlo" Walt Disney

Sábado: ¡En una semana es mi examen de matemáticas! ¿Y si no termino los ejercicios? ¿Y si me va muy mal? ¿Y si por culpa de esta materia se enojan conmigo mis papás? Uff..., respira Margarita. ¡Sí puedes! ¡Has aprobado otros exámenes más difíciles antes! Mi plan es: hacer todos los ejercicios con tiempo.
Domingo: ...
Lunes: ...
Martes: ¡Tengo que empezar con los ejercicios de mate! Hoy le dedico a la tarea de historia que urge. Mañana empiezo sin falta.
Miércoles: ...
Jueves: Mañana es el examen. Otra vez me pasó lo mismo. En una tarde no puedo con todo. Bueno, intentaré hacerlo mejor para el próximo examen. ¿Te ha pasado algo así? ¡A quién no! En esta lección vamos a explorar una estrategia para alcanzar metas difíciles.

1. En equipos de tres o cuatro, observen a Rodrigo en su primera clase de matemáticas:



La primera clase de matemáticas de Rodrigo

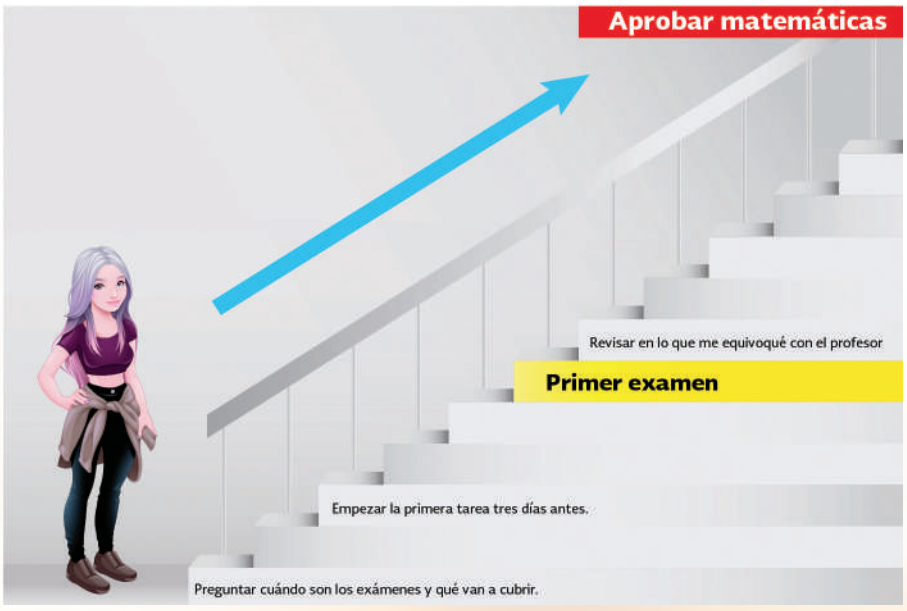
Reflexionen y respondan:
¿Qué piensan que siente Rodrigo?

¿Les ha pasado a ustedes una situación similar? Descríbanla brevemente.

¿Qué le recomendarían a Rodrigo para aprobar matemáticas?

2. Discutan qué relación encuentran entre sus respuestas y la frase de Lao Tse:
"Todo viaje, por largo que sea, empieza por un solo paso."

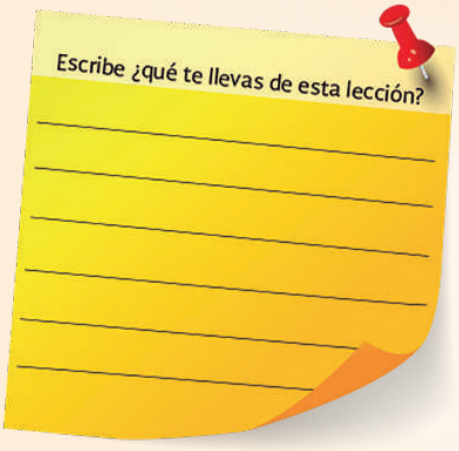
3. Escriban en los escalones cuáles podrían ser los pasos que los lleven a aprobar matemáticas:



Colorea el escalón que sea más significativo para ti.

GLOSARIO

Meta a mediano plazo. Propósito u objetivo cuyo proceso de culminación requiere a su vez, del cumplimiento de diferentes instancias que lo hagan posible en un plazo de tiempo intermedio.



Resumen:

¿Te ha pasado alguna vez que te gustaría lograr algo, pero lo ves tan grande que te paralizas y no sabes por dónde empezar? Una estrategia para lograrlo es dividir una tarea grande y difícil en muchas tareas pequeñas que estén a nuestro alcance. A medida que vamos realizando las tareas pequeñas aumenta nuestra confianza y disminuye nuestra ansiedad porque nos vamos acercando al objetivo. Al mismo tiempo, cuando tenemos un plan claro, sabemos por dónde empezar y cómo vamos a conseguirlo, generamos el entusiasmo que nos motiva a no perder el interés. ¡Inténtalo!

Para tu vida diaria

Escribe otra vez el paso que coloreaste en el ejercicio 3 y que era el más relevante para ti:

_____

_____

_____

_____

Durante esta semana intenta cumplirlo. En la próxima clase revisaremos cómo te fue.

¿Quieres saber más?

¿Piensas que memorizar los procedimientos y fórmulas te ayudan a aprobar matemáticas? Consulta en YouTube el video titulado *"Una historia de reconocimiento"*, de Eduardo Sáenz o dale clic aquí.
El video muestra algunos aspectos que te ayudarán a comprender un poco más cómo los matemáticos conciben un problema.

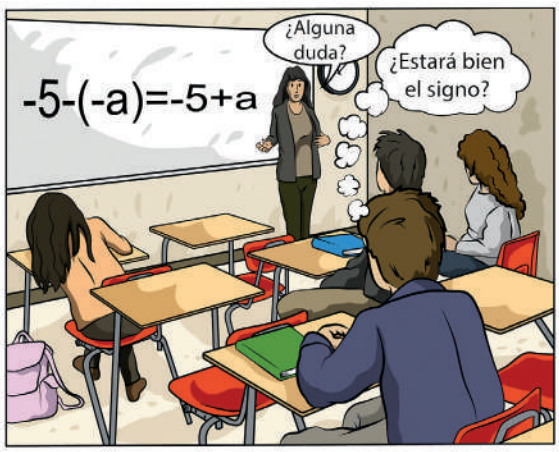
3.6 ¿Cómo trabajo con mis obstáculos?

"Sin metas y planes para llegar a ellos, eres como un barco que ha zarpado sin destino".
Fitzhugh Dodson

– ¡Quiero aprobar matemáticas! Ésta parece una meta ambiciosa. Pero en la lección anterior me dijeron que la divida en metas más pequeñas. Ya sé: voy a entregar mi primera tarea y la voy a aprobar.
... después de unos días...
–¡Oh no! Hay que entregarla mañana. Aún no empiezo. Me distraje con otras cosas y lo dejé para el último momento. Siempre me pasa lo mismo. No creo que me dé tiempo de terminarla...

¿Te ha pasado algo similar? En esta lección vamos a conocer una estrategia para alcanzar metas. Se llama: MEROP.
¿Sabes qué es MEROP? Te lo explico con un ejemplo:
MEta: Entregar mi tarea completa.
Resultado: Feliz, confiado, satisfecho por ser capaz de entregar la tarea bien y a tiempo.
Obstáculo: Me distraigo con mi celular.
Plan: Si en la tarde me distraigo con mi celular, entonces voy a ponerlo en silencio y lo voy a guardar. ¡Anímate a aplicarlo!

1. En grupos de tres o cuatro personas, analicen la siguiente historia de Juan. Luego respondan las preguntas de abajo.

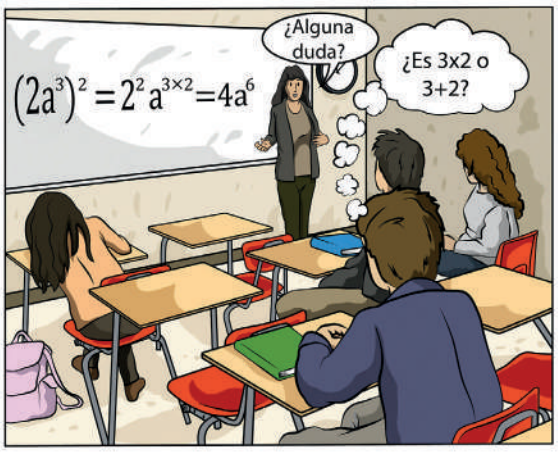


21 de octubre
Nombre: Juan Sánchez

Examen de Matemáticas

$-3 + (-x) = -3 + x$ ✗

No aprobado

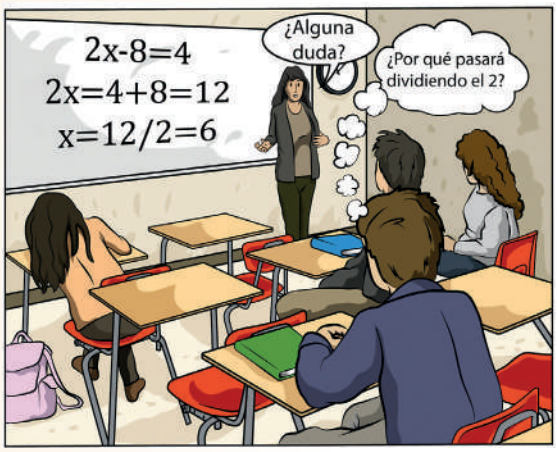


21 de septiembre
Nombre: Juan Sánchez

Examen de Matemáticas

$(x^2)^5 = x^7$ X

No aprobado



21 de septiembre
Nombre: Juan Sánchez

Examen de Matemáticas

5x = x + 4
5x – x = 4
4x = 4 X
X = 4 – 4 = 0

No aprobado

La meta de Juan es aprobar matemáticas. Comenten en equipo:

I. ¿Cómo se sentiría si aprobara?
II. ¿Qué le impide a Juan aprobar los exámenes?
III. ¿Qué le recomendarían que haga?

2. Para el siguiente curso Juan llenó su tarjeta MEROP. Léela:

ME Mi meta es: *Aprobar el primer examen*

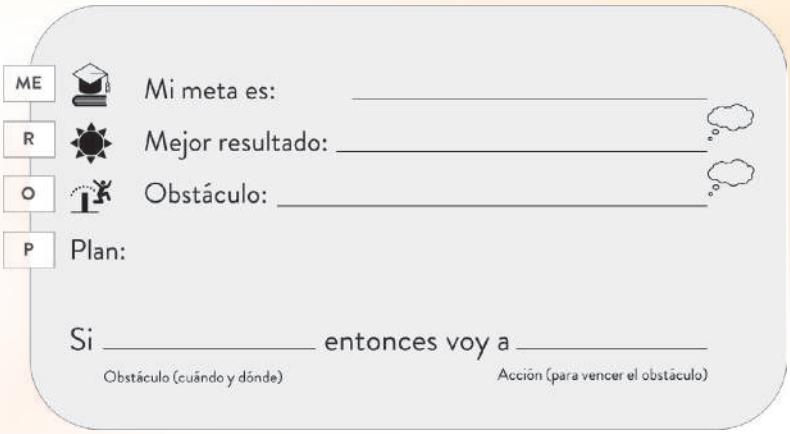
R Mejor resultado: *Sentirme contento y aliviado*

O Obstáculo: *Quedarme con dudas*

P Plan:

Si *Tengo dudas en la clase de matemáticas* entonces voy a *levantar la mano y preguntar hasta que me quede claro*

Obstáculo (cuándo y dónde) — Acción (para vencer el obstáculo)



Ahora completa la tuya. Ten en cuenta:

- En *Mi meta es* escribe una meta concreta, un reto que puedas lograr en un tiempo máximo de una semana. Piensa en una meta relacionada con esta materia.

- En *Mi mejor resultado* reflexiona: ¿cuál sería el mejor resultado?, ¿qué es lo mejor que podría pasarte si cumplieras tu meta?, ¿cómo te sentirías al haberla cumplido? Intenta visualizar el resultado con claridad y que sea motivante y satisfactorio.

- En *Obstáculo* piensa: ¿cuál es el principal obstáculo que encontrarás para lograr tu meta? Asegúrate de que sea un obstáculo sobre el que tengas control y visualízalo con claridad.

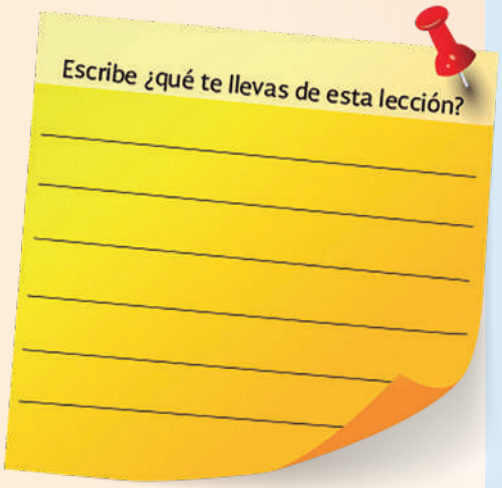
- En *Plan* reflexiona: ¿qué puedes hacer para superar tu obstáculo? Detecta algo que puedas hacer para superarlo. No debe ser una decisión interna, sino una acción observable. Escribe tu acción siguiendo el siguiente esquema:

  «Si... (obstáculo, cuándo y dónde), entonces voy a... (acción)».

GLOSARIO

Obstáculos.
Factores que impiden o dificultan la posibilidad de alcanzar alguna meta.

Meta.
Es el objetivo o propósito al que se dirigen nuestros esfuerzos. Como explican Nagaoka, Farrington y Ehlrich, para alcanzar una meta se requiere la "combinación de un impulso interno, competencias interpersonales, la habilidad para regular tanto la atención como el comportamiento personal y la adaptación o la capacidad para perseverar cuando la circunstancia se torna difícil".



Resumen:

En esta lección presentamos MEROP, una estrategia diseñada para ayudarte a incrementar tu motivación y transformar tus hábitos para alcanzar tus metas. Esta estrategia, desarrollada por Oettingen y colaboradores, es el resultado de más de veinte años de investigación y presenta una idea única y sorprendente: los obstáculos que pensamos que nos impiden cumplir nuestros deseos, en realidad pueden ayudarnos a realizarlos. ¿Cómo? Identificar los obstáculos a nuestras metas nos ayuda a articular planes para hacer realidad lo que buscamos. MEROP nos ayuda a que imaginemos nuestras metas, identifiquemos qué obstáculos nos impiden alcanzarlas y formulemos un plan de acción.

Para tu vida diaria

Revisa los pasos de MEROP con calma para que puedas tener mayor claridad de qué debes poner en cada uno de los cuatro pasos.
Escribe una nueva tarjeta MEROP pensando en una meta que quieres alcanzar en otra materia o en tu vida personal

¿Quieres saber más?

¿Sabías que la estrategia de MEROP (WOOP por sus siglas en inglés) permitió potenciar un sesenta por ciento el esfuerzo de los estudiantes de una escuela a la hora de presentar sus exámenes? Para saber más sobre la historia, la ciencia y los beneficios de usar MEROP busca en Google *"woop my life"*, y selecciona la opción español, o da clic aquí.

4.6 La mente-chango

"Una forma de fomentar nuestra fuerza de voluntad y enfoque es controlar nuestras distracciones en lugar de dejar que ellas nos controlen a nosotros."
Daniel Goleman

¿Qué dirías sobre tu habilidad de poner atención? ¿Crees que es un problema para ti en la escuela o logras concentrarte con facilidad? Cuando comencemos a observar cómo opera nuestra atención notaremos que es inquieta y caprichosa, muchas veces se comporta como un chango que salta de un lado a otro sin que nosotros siquiera nos demos cuenta de ello. En esta lección exploraremos a qué nos referimos con la "mente-chango".

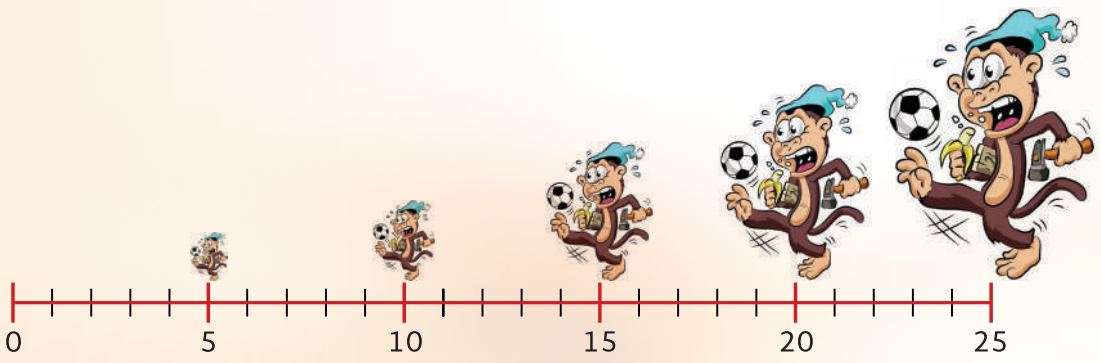
1. Las siguientes ilustraciones muestran ejemplos de situaciones donde nuestra mente se puede estar comportando como un chango. Haz una autoevaluación: ¿qué puntaje te pondrías si tuvieras que evaluarte del 1 al 5? El 1 corresponde a nunca y el 5 a muy frecuentemente.

Ilustración	Situación	Nunca	Casi nunca	Algunas veces	Frecuentemente	Muy frecuentemente
	La maestra está explicando algo y yo no la escucho, estoy pensando en otra cosa.	1	2	3	4	5
¿Qué querra? ¿Ya no quiere que la acompañe? ¿Se habrá enojado conmigo? ¿Habrá sido porque anoche no le respondí rápido? ¿Tendré que decirle que estaba haciendo mi tarea y no escuché su mensaje?	Un pensamiento de algo que me preocupa se va haciendo más grande en mi mente hasta convertirse -en mi mente- en una tragedia.	1	2	3	4	5

Ilustración	Situación	Nunca	Casi nunca	Algunas veces	Frecuente-mente	Muy frecuente-mente
	Un momento estoy haciendo la tarea y al siguiente estoy haciendo cualquier cosa, como ver mi celular.	1	2	3	4	5
	Estoy en el salón, pero estoy pensando en lo que hice antes o en lo que voy a hacer después de la clase.	1	2	3	4	5
	Estoy intentando estudiar para el exámen y mi mente está agitada, con ruido interno, no se calla, pasa de un pensamiento a otro, no me deja estudiar.	1	2	3	4	5

I. Una vez completada la actividad suma los puntos de cada apartado. ¿Cuántos puntos obtuviste?

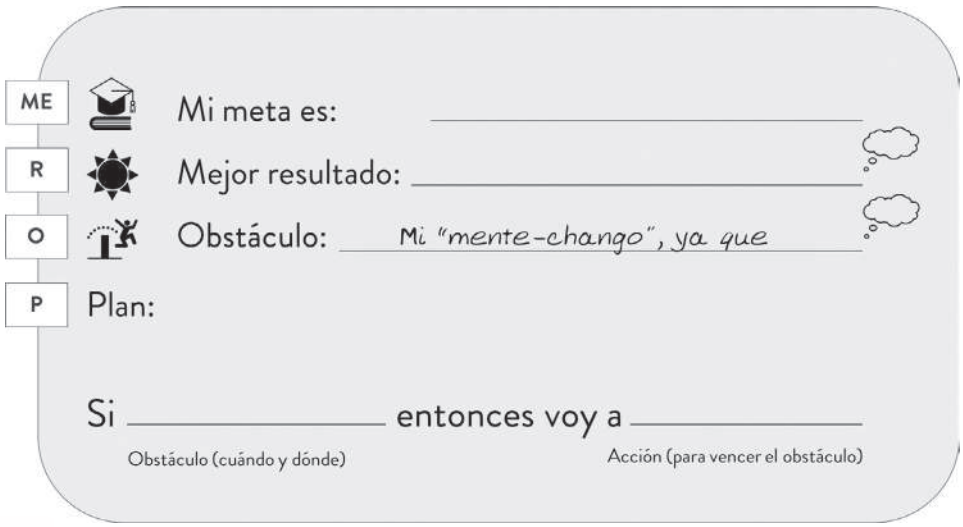
II. Marca la cantidad de puntos que obtuviste al sumar tus respuestas y ubícala sobre la siguiente recta.



Entre mayor sea el puntaje que las personas obtienen, mayor es la frecuencia en que la mente está distraída y agitada. La mayoría de las personas obtenemos puntajes altos pues la mente, cuando no está muy entrenada, salta de una cosa a otra como ¡un chango! Por eso decimos que hay muchos momentos en que nuestra mente se comporta como una "mente-chango".

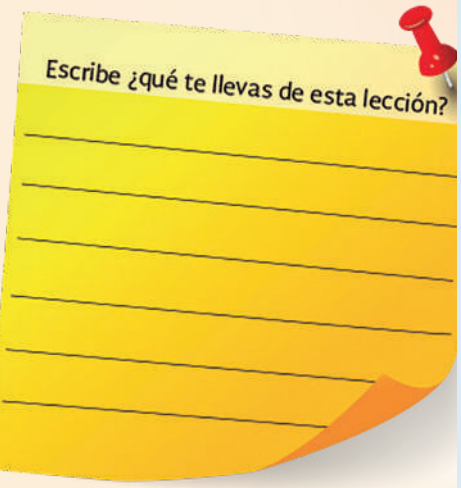
2. Discute con tus compañeros ¿qué tipo de problemas puede generar la "mente-chango"?

3. Tener una mente distraída y agitada puede traernos problemas y ser un obstáculo en el logro de nuestras metas. Elige una meta que desees cumplir, puede ser la misma de la semana pasada. Imagina cómo es que la "mente-chango" podría convertirse en un obstáculo para lograrla. Completa la tarjeta MEROP con los espacios que faltan.



GLOSARIO

Mente-chango.
Es una metáfora para ejemplificar cuando la mente está distraída y agitada. Así como los changos saltan de rama en rama, la mente salta de distracción en distracción.



Resumen

Cuando comenzamos a observar cómo funciona nuestra mente notaremos que a veces es tan errática, inquieta y caprichosa como un chango. La mente exagera y omite aspectos de la realidad, nos distrae con múltiples ocurrencias e incansable alboroto. Nos angustia con temores y dudas, inventa historias, nos saca del momento presente divagando entre fantasías y ensueños, algunos eufóricos y otros terriblemente pesimistas. Esta tendencia de la mente a saltar sin parar es a lo que llamamos "mente-chango". Puede que sea la responsable de muchos de los problemas que nos aquejan y puede ser un obstáculo en el logro de nuestras metas. Así como un atleta mejora su estado físico con cada entrenamiento, la "mente-chango" también se puede entrenar para que esté más tranquila y concentrada. A lo largo de estos semestres, aprenderás más al respecto en Construye T.

Para tu vida diaria

- A lo largo de la semana explora en qué momentos la "mente-chango" está más agitada y cuándo está más tranquila.
  La "mente-chango" estuvo más agitada cuando:

  _____

  La "mente-chango" estuvo más tranquila cuando:

  _____

- Revisa la tarjeta MEROP de la lección anterior y describe en una frase cómo te fue (por ejemplo: *me ayudó mucho, tengo ganas de continuar con la misma meta, logré cumplirla, se me olvidó, me di cuenta que era una meta imposible, creo que el obstáculo era otro, etcétera*).

¿Quieres saber más?

¿Quieres entrenar a tu mente para que no esté distraída y agitada, saltando de una cosa a otra como la "mente-chango"? Como sugerencia para ello, te invitamos a conocer los estudios de la neurocientífica Sara Lazar sobre el entrenamiento mental.
Búscalo en YouTube con el título *"How Meditation Can Reshape Our Brains: Sara Lazar at TEDxCambridge 2011"*, o da clic aquí.

5.6 Las emociones en la escuela

"Todo aprendizaje tiene una base emocional'. Platón

¿Te ha pasado que te sientes con mucha ansiedad y angustiado antes de un examen? ¿Has sentido entusiasmo o emoción con alguna actividad que te propusieron en clase? ¿Te has aburrido en clase? ¿Has experimentado frustración por haberte esforzado en alguna tarea y no haber logrado lo que esperabas? En esta actividad te proponemos que analices qué emociones sientes en tu clase de matemáticas. ¿Crees que son eventos frecuentes o que ocurren de vez en cuando?

1. Resuelve la siguiente ecuación en dos minutos:

$$x\left(-\frac{-2^{-3/5}}{5-\sqrt[3]{\frac{0.4}{0.\bar{3}-\frac{1}{5}}}}\right)=2\left(-\frac{-2^{-3/5}}{5-\sqrt[3]{\frac{0.4}{0.\bar{3}-\frac{1}{5}}}}\right)$$

2. Lee los comentarios de cuatro estudiantes:

GLOSARIO

Ansiedad.
Respuesta emocional que provoca "tensión y aprensión; [así como] aspectos fisiológicos caracterizados por un alto grado de activación del sistema nervioso"[1] ante circunstancias que representan una amenaza para el individuo. En el ámbito educativo, la ansiedad se presenta ante el miedo de no alcanzar las expectativas académicas deseadas.[2]

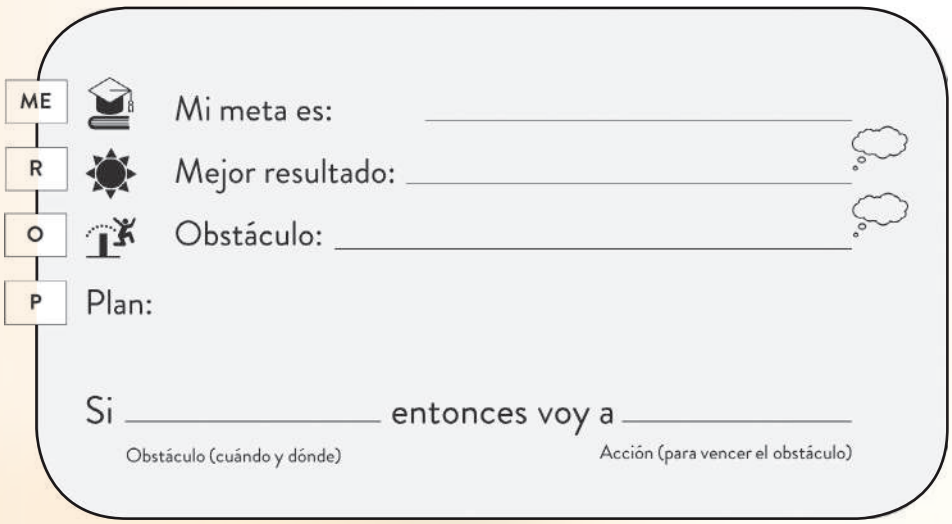
I. Completa el tuyo anotando lo que sentiste cuando empezaste a resolverlo:

3. Comenten en equipos de tres o cuatro.
   I. ¿Qué emociones sienten en la clase de matemáticas?
   II. ¿Consideran que hay emociones que ayudan al aprendizaje de ciertos temas en matemáticas y otras que lo dificultan? ¿Puedes escribir un ejemplo de cada una?

Ayudan: _____

Dificultan: _____

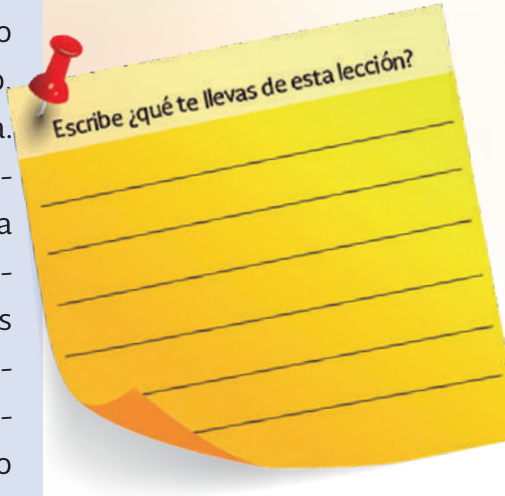
4. Llena una nueva tarjeta MEROP para trabajar en esta semana. Reflexiona si hay emociones que pueden ser un obstáculo para lograr tu meta. La meta puede ser la misma de la clase anterior u otra. Tú decides.



1. J.J. Miguel Tobal (1990), "La ansiedad", en J. Mayor y L. Pinillos (eds.), *Tratado de Psicología General: Motivación y Emoción*, vol. 3, Madrid, Alhambra, p. 310.
2. Reinhard Pekrun (2014), "Emotions and Learning", en *Educational Practices Series 24*, International Academy of Education, Bruselas, Bélgica, p. 26.

Resumen:

El salón de clase es un espacio donde surgen emociones de todo tipo e intensidad: miedo, angustia, ansiedad, aburrimiento, enojo, frustración, entusiasmo, interés, alegría, amor y un largo etcétera. Las emociones pueden facilitar u obstaculizar el proceso de aprendizaje. Por ejemplo, sentir entusiasmo o interés por un tema de la clase hace que sea más sencillo aprenderlo, mientras que el aburrimiento puede ser un obstáculo. La ansiedad puede bloquearnos y distraernos en algunas ocasiones, aunque en otras puede motivarnos a estudiar más. Reconocer las emociones que experimentas en clase y sus efectos es muy importante, pues en el curso aprenderás técnicas para regular aquellas que dificultan tu aprendizaje y fortalecer las que lo promueven. Esto ayudará a mejorar tu rendimiento académico, tu bienestar y el de tu comunidad.



Para tu vida diaria

- Reflexiona y responde.
  a) Anota una emoción que consideres recurrente en la clase de matemáticas :

  _____

  b) Describe brevemente una ocasión par ticular en la que hayas sentido esa emoción:

  _____

  c) ¿Cómo te sientes cuando surge esa emoción?

  _____

- Revisa tu tarjeta MEROP de la clase anterior. Escribe una frase que describa cómo te fue *por ejemplo: me ayudó mucho, tengo ganas de continuar con la misma meta, logré cumplirla, se me olvidó, me di cuenta que era una meta imposible, creo que el obstáculo era otro, etcétera*).

¿Quieres saber más?

En la entrevista *"La neurociencia afectiva cultiva el bienestar de docentes y estudiantes"*, el doctor Richard Davidson habla acerca de la importancia de cultivar el bienestar en los estudiantes y docentes.

Puedes buscarla en YouTube o haz clic aquí.

6.6 Componentes de una emoción

"Las emociones son una fuente crítica de información para aprender". Joseph LeDoux

-¡Oh no! Mi novia está platicando con Enrique, el guapo del otro curso.

¡Emergencia! Mi bienestar está en peligro. Activar: celos. ¡Activen Fase 1!

-¿De qué estarán hablando?, ¿la estará invitando a salir? ¿Por qué me hace esto? Seguro ya me va a dejar...

Fase 1 activada jefe.

¡Muy bien, activen fase 2!

Ritmo cardíaco aumentado. Temblor en brazos también. Fase 2 activada jefe.

¡Excelente,! Ahora fase 3.

-¡Oye tú! ¿ Qué te pasa? ¡No te metas con mi novia!

Episodio emocional completo ¡Buen trabajo a todos!

Las emociones se viven y expresan a través de lo que pensamos, lo que sentimos y lo que hacemos. En esta lección conoceremos con más detalles estos tres componentes de las emociones.

1. En equipo, lean el siguiente chat:

I. Completen:

¿Qué pasó? Describan con sus propias palabras la situación.	**¿Qué consideran que pensó Lety?** Escriban ejemplos de los pensamientos que pasaban por su cabeza.	**¿Qué consideran que sintió Lety?** Piensen en cómo se expresa el enojo en el cuerpo, cómo se siente en el estómago o en el rostro.	**¿Cómo consideran que se comportó Lety con "los enamorados"?**

2. Recuerda cómo te sientes cuando tienes que hacer un examen de matemáticas. Con base en tus experiencias previas, completa la tabla:

¿Qué pasó?	¿Qué pensé?	¿Qué sentí?	¿Qué hice?
Estaba en el salón de clase. En eso llega mi profesor(a) de matemáticas con el primer examen del curso.			

II. ¿Qué relación hay entre lo que pensamos, lo que sentimos y lo que hacemos?

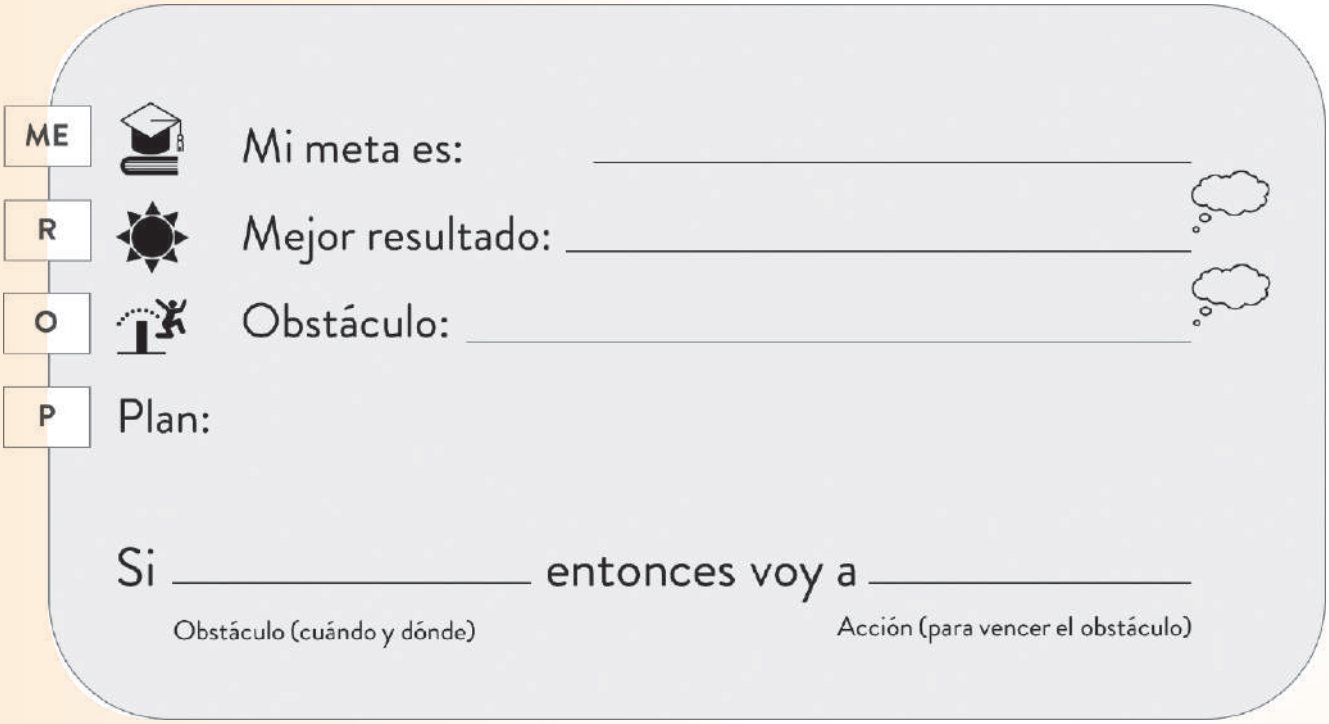
3. Haz una pausa. Toma unos minutos para revisar tu tarjeta MEROP de la clase anterior.

   I. Escribe una frase que describa cómo te fue al utilizar la estrategia MEROP (por ejemplo, *me dio resultado, se me olvidó, me di cuenta que era una meta imposible, logré mi meta, creo que el obstáculo era otro,* etcétera).

   _____

   _____

   II. Llena una nueva tarjeta para trabajar en esta semana. La meta puede ser la misma de la clase anterior u otra. Tú decides.

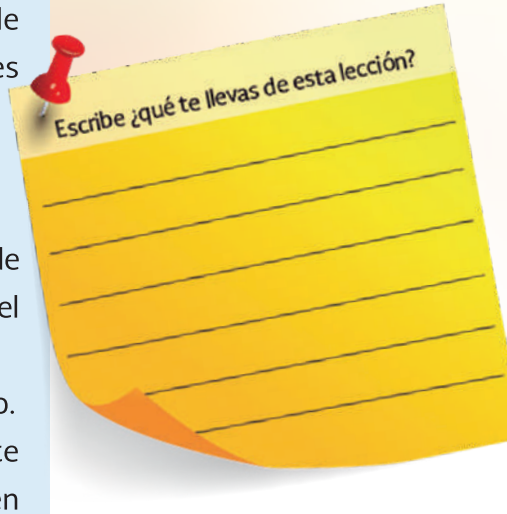


Resumen:

Según la teoría que sustenta a la terapia cognitivo conductual de Aaron Beck, en los eventos emocionales podemos identificar tres componentes:

- Cognitivo: es lo que pensamos y cómo interpretamos la situación.
- Afectivo: lo que sentimos, que tiene relación con lo que sucede fisiológicamente en nuestro cuerpo (por ejemplo, un aumento del ritmo cardíaco, sudoración, temblor, etcétera).
- Conductual: lo que hacemos y decimos, nuestro comportamiento.

Entender el proceso emocional y sus componentes nos permite distinguir el contexto en el que surge una emoción, la manera en que nos hace sentir, pensar, actuar y sobretodo las consecuencias que ello conlleva. En la medida en que estés más consciente de este proceso podrás tener mayor manejo sobre él.



Para tu vida diaria

Piensa en alguna situación de la clase de matemáticas, o de tu vida cotidiana, en la que hayas sentido una emoción intensa y completa la tabla:

¿Qué pasó?	¿Qué pensé?	¿Qué sentí?	¿Qué hice?

¿Quieres saber más?

Aunque no todas las personas sentimos enojo bajo las mismas circunstancias ni lo expresamos de la misma manera, el enojo tiene características muy particulares que se manifiestan en nuestro cerebro, en el cuerpo y en el tipo de pensamientos y conductas que tenemos. Para entender mejor qué sucede cuando te enojas consulta en YouTube el video titulado *"¿Qué sucede dentro de nosotros cuando sentimos enojo?"*, o da clic aquí.

7.6 Técnicas de relajación

"La tensión es quien crees que deberías ser. La relajación es quien eres".
Proverbio Chino

Hoy estoy visitando a Ana, ¿puedes adivinar quién soy?

— Hola. Soy Ana. Mañana es mi examen. Aún no empiezo a estudiar. Son muchos temas. Algunos no los domino bien. Quizás no pueda con todos. Creo que voy a reprobar. Y para colmo me duele el cuello. Preferiría no estar en esta situación. Anoche dormí mal. Esta materia no debería existir.

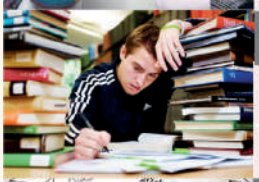
¿Adivinaste? ¡Soy el estrés! ¿Quieres que me vaya? ¡Pues relájate!

Decir: ¡Relájate! es muy fácil. Pero, ¿qué podemos hacer para relajarnos? En esta lección trabajaremos una estrategia para relajarte y soltar el estrés.

1. Marca con una X en el estresómetro qué tan estresado te sientes en las situaciones presentadas. En el espacio en blanco puedes escribir o dibujar otra situación que te resulte estresante.

Tengo que pedirle algo a mi papá / mamá

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

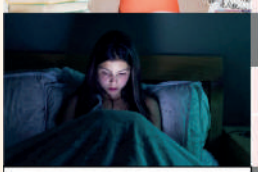


Es viernes, tengo plan para el fin de semana y me pusieron una tarea muy larga para el lunes.

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

Mañana tengo examen de matemáticas.

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado



Mandé un mensaje a un amigo hace 5 minutos y aún no me responde.

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

2. Escaneo del cuerpo

I. Marca en el estresómetro qué tan estresado te sientes en este momento.

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

II. Ahora escucha las instrucciones de tu profesor. Te guiará en la técnica de escaneo del cuerpo que sirve para relajarte.

1. Acuéstate boca arriba o siéntate cómodamente en tu silla. Si estás acostado, coloca los brazos junto a tu cuerpo y extiende las piernas. Si estás sentado, mantén la espalda derecha. Cierra suavemente los ojos.
2. Haz tres respiraciones profundas para relajar tu cuerpo y mente.
3. Después, recorre tu cuerpo de la cabeza a los pies. Nota si hay puntos de tensión.
4. Al exhalar, relaja y libera cualquier tensión acumulada en el cuerpo. Relaja con cada exhalación los músculos de tu cabeza, cara, cuello, hombros, brazos, manos, pecho, abdomen, etcétera.
5. Siente todo tu cuerpo suelto, relajado.
6. Cuando termines de recorrer y relajar el cuerpo, nota las sensaciones del respirar en todo el cuerpo e imagina que la respiración masajea y relaja cualquier parte del cuerpo que siga tensa.
7. Luego, descansa, abre tus ojos y levántate poco a poco.

III. Nuevamente anota en el estresómetro tu nivel de estrés.

Muy Relajado	Relajado	Un poco relajado	Normal	Un poco estresado	Estresado	Muy estresado

GLOSARIO

Estrés:
Respuesta corporal y cognitiva de tensión ante la presión a la que un individuo se encuentra sometido. De acuerdo con Lazarus y Folkman, se trata de "una condición o sentimiento que experimenta una persona cuando percibe que las demandas exceden los recursos personales y sociales que es capaz de manejar".[1]

Relajación:
Acción voluntaria o inducida para aliviar o disminuir significativamente la tensión acumulada en el cuerpo o en la mente. Según Bisquerra, la relajación se puede entender como un "estado emocional de calma, tranquilidad y paz interior, resultado de prácticas intencionales encaminadas a este objetivo".[2]

1. Richard Lazarus y Susan Folkman (1984), *Coping and adaptation*. The handbook of behavioral medicine, p. 282-325.

2. Rafael Bisquerra (2016), *Diccionario de emociones y fenómenos afectivos*, Valencia,PalauGea Comunicación S.L., p. 126.

Si no te puedes relajar no te preocupes. Probablemente estás haciendo mucho esfuerzo, esto puede ser contraproducente y generar más tensión. En este caso te recomendamos aceptar que no te puedes relajar. Aceptar que no te puedes relajar es, de hecho, una forma de relajarte.

3. Discute con todo el grupo como plenaria.
   I. ¿Qué cambió después de hacer el ejercicio?

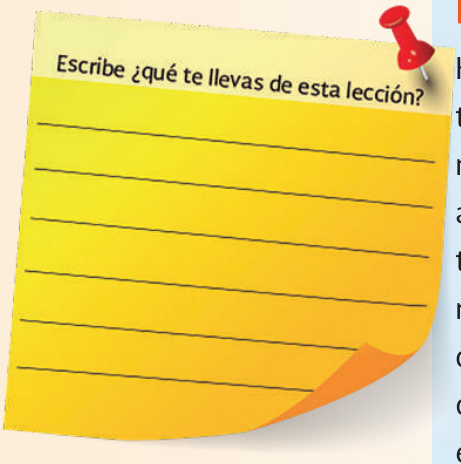
_____

_____

   II. Anoten dos situaciones en la que piensen que puede ser útil realizar este ejercicio.

_____

_____

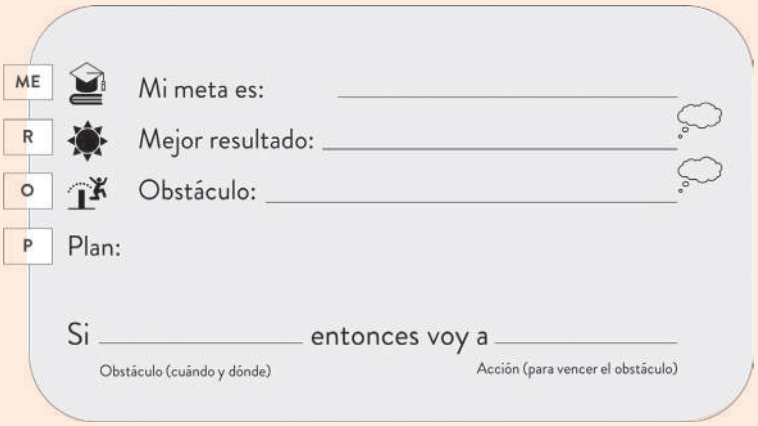


Resumen:

Hay mucha evidencia científica de que los ejercicios de relajación tienen enormes beneficios para las personas. La técnica del escaneo del cuerpo es muy fácil de practicar en la vida cotidiana y te ayuda a trabajar con el estrés, a relajarte y al mismo tiempo a entrenar tu atención. Es importante tener paciencia y practicarla con regularidad para que sus efectos sean más evidentes. Es probable que si los aplicas por primera vez en un momento de estrés, no obtengas el efecto que estás esperando. También es normal que el ejercicio te dé risa, no puedas dejar de moverte o te dé sueño.

Para tu vida diaria

Recuerda llenar una nueva tarjeta para trabajar en esta semana. La meta puede ser la misma de la clase anterior u otra. Tú decides.



Anota una situación que tengas que enfrentar en la semana y que pienses que te causará estrés:

Practica un par de días antes la técnica del escaneo del cuerpo. Expresa en una frase un comentario sobre la práctica:

¿Quieres saber más?

Desde 1971 se han realizado numerosos estudios sobre la respuesta del cuerpo a los ejercicios de relajación y se han encontrado los siguientes beneficios:

- Baja la presión arterial
- Mejora la circulación sanguínea
- Reduce la frecuencia cardiaca
- La frecuencia respiratoria es más calmada
- Reduce la ansiedad
- Reduce los niveles de cortisol (hormona del estrés) en sangre
- Aumentan los sentimientos de bienestar
- Reduce el estrés

Puedes ver el video *"Estrés en estudiantes"*, que a pesar de referirse a universitarios, también se asocia a tu experiencia como estudiante de educación media superior. En este se presentan algunas estrategias sencillas y fáciles de llevar a cabo para lidiar con el estrés. Puedes buscar el video en YouTube o hacer clic aquí.

8.6 Aprender del fracaso

"El fracaso me enseñó cosas sobre mí misma que no habría podido aprender de otra manera".
J.K. Rowling

Alberto aprendió a hablar hasta los tres años de edad. Sus maestros de la escuela pensaron que tenía problemas de aprendizaje. Un profesor de la primaria le dijo que nunca conseguiría nada en la vida. A los 16 años intentó ingresar a la universidad, pero no pudo por sus malos resultados en una materia. Ingresó al año siguiente y se matriculó en el área de ciencias y matemáticas. Tras graduarse no encontró trabajo como profesor. Tuvo que trabajar en una oficina para mantenerse. ¡Pobre Alberto! Probablemente muchos estarán de acuerdo con que este joven ha fracasado en su vida. ¡Esperen, aún no termina la historia! Sigamos. Alberto no se dio por vencido. Trabajó duro por muchos años y en 1921 ganó el premio Nobel de Física. ¿Has escuchado hablar de Albert Einstein?

1. Piensa en alguna ocasión en que sentiste el fracaso. Por ejemplo, cuando tras haber estudiado mucho, reprobaste o sacaste una calificación baja en el examen de matemáticas. ¿Cómo te sentiste? ¿Qué hiciste?

2. En equipos de tres, lean el extracto del discurso de J. K. Rowling, la autora de la saga de Harry Potter.

"Creo que es justo decir que bajo cualquier parámetro convencional, siete años después del día de mi graduación, yo había fracasado en una escala épica. Mi excepcionalmente corto matrimonio había explotado, no tenía trabajo, era una madre soltera y era tan pobre como se puede llegar a serlo en Gran Bretaña sin estar en situación de calle. Los miedos que tanto mis padres como yo misma teníamos sobre mi futuro se hicieron realidad: desde cualquier perspectiva yo era el fracaso más grande del que tenía noticia.

Ahora bien, no me voy a parar frente a ustedes y decirles que el fracaso es divertido. Ese periodo de mi vida fue uno muy oscuro [...]

Entonces, ¿por qué hablar sobre los beneficios del fracaso? Simplemente porque fracasar significa remover todo lo que no es esencial. Dejé de pretender que era algo diferente a lo que yo era y comencé a dirigir toda mi energía a concluir el único trabajo que realmente me importaba. [...]

El fracaso me enseñó cosas sobre mí misma que no habría podido aprender de otra manera. Descubrí que tengo una fuerza de voluntad férrea y más disciplina de la que había sospechado; también me di cuenta de que tenía amigos cuyo valor era superior al precio de los rubíes.

El entendimiento que surge en ti a partir de sobreponerte a los obstáculos te hace más sabia y fuerte, de ese punto en adelante, te da seguridad en la habilidad que tienes para sobrevivir. Nunca te conocerás verdaderamente o sabrás la fuerza de tus relaciones, hasta que la adversidad te haya puesto a prueba".

Joanne Rowling, *Harvard Gazette, 5 junio, 2008.*

Datos interesantes sobre la autora:

- Es una novelista, productora de cine y televisión, guionista y filántropa nacida en Inglaterra en 1965.

GLOSARIO

Fracaso.
Fallo o equívoco que conduce al incumplimiento de una meta o propósito. De no percibirse como un área de oportunidad, es decir, como la ocasión perfecta para crecer y aprender, puede propiciar el surgimiento de un "sentimiento negativo ante objetivos que se perciben inalcanzables".[1]

1. R. Bisquerra (2016). Diccionario de emociones y fenómenos afectivos. PalauGea Comunicación S.L.: Valencia, p. 91.

- Creadora de una de las novelas de fantasía más exitosas de todos los tiempos, *Harry Potter.*
- Ha vendido más de 400 millones de copias.
- Sus libros se han traducido a 67 idiomas.
- Su fortuna se estima en £230 000 000 (doscientos treinta millones de libras), es decir, alrededor de $5 400 000 000 (cinco mil cuatrocientos millones de pesos).

3. Comenten con tus compañeros de equipo y respondan:

   I. De acuerdo con la autora, ¿qué podemos obtener del fracaso?

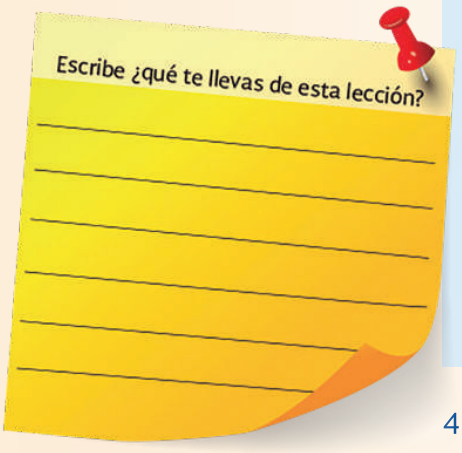
   _____

   _____

   II. Lee el siguiente proverbio chino: "el fracaso es la madre del éxito" ¿Cómo explicarías su significado?
   Usa alguna experiencia de la clase de matemáticas o de la escuela para ejemplificarlo.

   _____

   _____

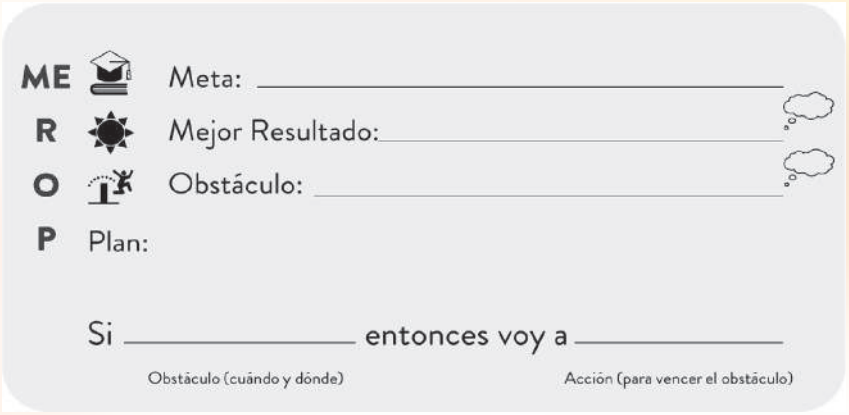


Resumen:

Fracasar te hace sentir mal. No es algo agradable. Pero es inevitable cuando tomas riesgos para lograr cosas importantes: tus metas. Ante el fracaso surgen emociones. Aunque éstas puedan ser intensas, siempre pregúntate qué quieres hacer con ellas. No puedes cambiar lo que pasó, pero lo que sí puedes hacer es decidir cómo quieres ser, qué quieres lograr, qué actitud quieres adoptar ante un momento desfavorable y qué puedes aprender de la situación que etiquetas como fracaso.

4. (Opcional) Logrando nuestras metas

   I. Llena una nueva tarjeta para trabajar en esta semana. La meta puede ser la misma de la clase anterior u otra. Tú decides.



II. Reflexiona: ¿Qué error has cometido en las tarjetas MEROP de las clase anteriores? ¿Qué sugerencia le darías a alguien que va a usar por primera vez las tarjetas?

_____

_____

Para tu vida diaria

Piensa en un fracaso y qué puedes aprender de este.
El fracaso fue:_____
De este fracaso aprendí:_____

¿Quieres saber más?

Rodolfo Fallas Soto es el joven costarricense ganador del prestigioso premio latinoamericano Simón Bolívar de Matemática Educativa. Rodolfo contó en una entrevista lo siguiente: *"en la universidad justamente perdí los dos cursos de matemática y un profesor me dijo: –usted no sirve para la matemática debería retirarse y estudiar otra carrera.... y ahí fue donde demostré que sí y que tenía que salir adelante..."*. Si quieres saber más acerca de él y de cómo logró aprender del fracaso, consulta la página pznoticias.mallpz.com/generale-no-gana/ o haz clic aquí.
En el siguiente video Iñigo Sáenz de Urturi nos comparte algunas reflexiones útiles relacionadas al fracaso. Te recomendamos buscar en YouTube el video titulado *"El fracaso, el combustible de tu éxito: Iñigo Sáenz de Urturi at TEDxLeon "* o haz clic aquí.

9.6 El aspecto dual de las emociones

¡Qué linda estás, tristeza:
cuando así callas!
Jaime Sabines

- Toc, toc.
- ¿Quién es?
- Yo, tu amigo el miedo.
- ¿Mi amigo? ¿Qué te pasa? ¡Estás loco!
- No, en serio, soy yo. Pero te quería pedir que no invites a tu amigo el enojo. Platiquemos solo tú y yo.
- ¡Ufff! Seguro ya se te olvidó que te me apareciste en el último temblor. Por tu culpa me paralicé. No supe qué hacer. Me hubiera gustado salir corriendo.
- ¡Bueno, pero no me culpes de tu falta de autorregulación!
- ¡Ja! Pero si fuiste tú, ¡y ahora resulta que la culpa es mía!
- Pero ¿qué tal cuando me llamaste porque tenías que caminar por esa avenida peligrosa y era de noche? ¡Ahí sí que estaba contigo! ¡No me vas a decir que no sentías miedo! Y te ayudé. Gracias a mí estabas atento y no te pasó nada.
- Sí, es cierto, pero ¿entonces?, ¿unas veces me paralizas y otras me mantienes atento?

Y tú, joven, ¿me consideras tu amigo?

En esta lección exploraremos el carácter dual de las emociones: la misma emoción puede ser constructiva en algunas situaciones y destructiva en otras.

1. En grupos de dos o tres personas lean y analicen la siguiente historia.

Si quieren que Benjamín se retire de la clase, lean el punto A.
Si quieren que no lo haga y se aguante el enojo, lean el punto B.

A. Y me sentí como la leche cuando hierve y se derrama del recipiente. Me contuve las ganas de gritarle, tomé mis cosas y me fui dando un portazo. Después, llegando a casa, me ganó la vergüenza y ya no puede regresar a clase. Reprobé la materia. Estoy arrepentido de lo que hice.

B. El enojo me duró un rato, mientras estaba sentado en mi silla sin hablar. Y me propuse demostrarle a mi profesor que se había equivocado al regañarme. Aprobé con 10. Hoy, quince años después del evento, recuerdo aquel día como uno importante en mi vida. Me di cuenta de que lo que hizo mi profesor fue para ayudarme. Y me ayudó mucho. Le estoy muy agradecido.

Entre todos discutan:

I. ¿Qué conclusiones pueden sacar de la historia anterior?

_____

_____

II. ¿Puede ser el enojo constructivo en algunas situaciones? ¿Por qué?

_____

_____

2. Encuentren un ejemplo en la clase de matemáticas donde la ansiedad fue destructiva y otro donde fue constructiva. Anótalos a continuación. Si se te dificulta, busca ejemplos de tu vida.

Constructiva: _____

Destructiva: _____

GLOSARIO

Emociones positivas.
Para la psicología positiva se trata de un conjunto de emociones[1] que aportan una sensación placentera a quien las experimenta. Algunas de las emociones que se consideran dentro de este rubro son: la alegría, la gratitud, la esperanza, el amor y el orgullo.
Las emociones positivas pueden ser destructivas o constructivas dependiendo de la situación.

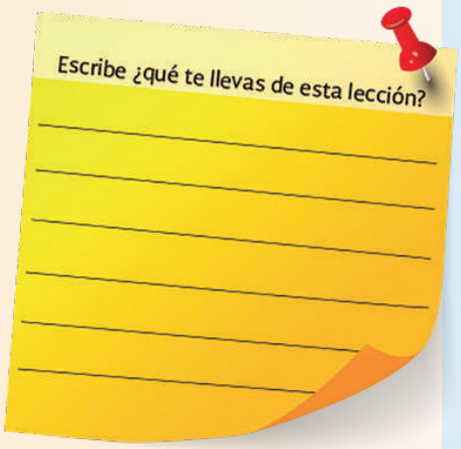
Emociones negativas.
Para la psicología positiva se consideran estados emocionales negativos: miedo, enojo, tristeza, culpa, desprecio y disgusto, pues son emociones desagradables.[2]
Las emociones negativas pueden ser destructivas o constructivas dependiendo de la situación.

1 B.L. Fredrickson, (2001), "Positive Emotions", en C.R. Snyder y Shane J. Lopez (eds.), Handbook of Positive Psychology, Oxford, Oxford University Press, p. 120.
2 D. Watson, (2001), "The Disposition to Experience Pleasurable Emotional States," en C.R. Snyder y Shane J. Lopez (eds.), Handbook of Positive Psychology, Oxford, Oxford University Press, p. 107.

3. Discutan con todo el grupo: ¿cuándo una emoción es constructiva y cuándo es destructiva?

Resumen:

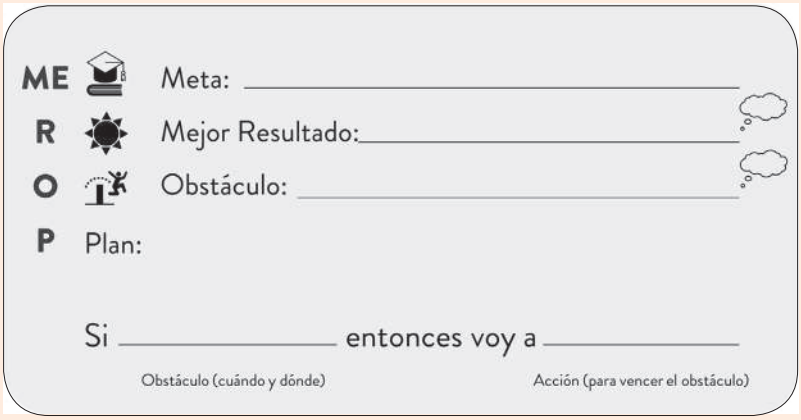
Existen diferentes formas de clasificar las emociones. Algunos autores las clasifican de acuerdo a su valencia: positivas si se sienten agradables o negativas si son desagradables. También podemos clasificarlas como constructivas o destructivas. Decimos que las emociones son constructivas cuando son apropiadas al contexto, nos proveen información relevante para guiar nuestras acciones y nos motivan a conducirnos de maneras que promueven nuestro bienestar y el de los demás, tanto en el corto como en el largo plazo. Las emociones son destructivas cuando tienen una intensidad, recurrencia o duración inapropiada al contexto o situación, sesgan nuestra perspectiva y nos impulsan a realizar acciones que pueden ser detrimentales para nosotros o para los que nos rodean, ya sea en el corto, mediano o en el largo plazo.[3] Por ejemplo, un poco de ansiedad nos da energía y entusiasmo para hacer la tarea de matemáticas. Pero si la ansiedad es muy intensa nos puede hacer sentir muy mal e impedir que empecemos la tarea. En conclusión, la ansiedad es dual: puede ser constructiva o destructiva dependiendo de cómo nos relacionemos con ella en cada situación particular.



3 J.J. Gross (2015), Emotion Regulation: Current Status and Future Prospects. Psychological Inquiry, 26(1), 1–26. http://doi.org/10.1080/1047840X.2014.940781

Para tu vida diaria

Llena una nueva tarjeta para trabajar en esta semana. Intenta pensar en metas que no puedes lograr debido a la ansiedad.



Reflexiona sobre la siguiente pregunta ¿Podría la alegría o la felicidad ser destructiva?

_____

¿Por qué? Da un ejemplo

_____

Si te ayuda, piensa cuando quieres hacer algo pero estás exaltado de alegría debido a una buena noticia que recibiste.

¿Quieres saber más?

Si quieres saber más sobre el aspecto dual de las emociones, haz clic aquí o busca en internet la página www.atentamente.mx en la sección de recursos el artículo titulado *"Ampliando el criterio acerca de las emociones"*.
Nota: En este texto los autores le llaman emociones aflictivas a lo que aquí hemos definido como emociones destructivas. A las emociones constructivas las denominan no aflictivas.

GLOSARIO

Emociones constructivas. Emociones que son apropiadas al contexto, nos proveen información relevante para guiar nuestras acciones y nos motivan a conducirnos de maneras que promueven nuestro bienestar y el de los demás, tanto en el corto como en el largo plazo.[4]

Emociones destructivas. cuando tienen una intensidad, recurrencia o duración inapropiada al contexto o situación, sesgan nuestra perspectiva y nos impulsan a realizar acciones que pueden ser detrimentales para nosotros o para los que nos rodean, ya sea en el corto, como en el largo plazo.[5]

4 J. Gross (2015). Emotion Regulation: Current Status and Future Prospects. Psychological Inquiry, 26(1), 1-26. http://doi.org/10.1080/1047840X.2014.940781
5 J. Gross. (2015). Emotion Regulation: Current Status and Future Prospects. Psychological Inquiry, 26(1), 1-26. http://doi.org/10.1080/1047840X.2014.940781

10.6 PARAR y atendera a los sonidos

"Así como hay un arte de bien hablar, existe un arte de bien escuchar". Epicteto de Frigia

A veces queremos concentrarnos, pero ¡hay mucho ruido! La gente está hablando, los de al lado tienen su radio prendido o escuchas el sonido de los coches. Entre el ruido externo y el ruido de los pensamientos internos puede parecer que es casi imposible estar tranquilo y enfocarse en algo. En esta lección verás que los sonidos no tienen que ser siempre una distracción. De hecho podemos usar a los sonidos para entrenar la atención y calmar la mente.

1. Escucha la instrucción del maestro. La añadimos por si quieres repetir el ejercicio en casa:
   Cuando observen que el profesor levanta el puño de su mano, siéntate derecho y relaja el cuerpo. Realiza tres respiraciones profundas. Por un momento escucha sólo los sonidos a tu alrededor. Intenta solamente escuchar, sin engancharte con el sonido.
   Si te distraes, nótalo y regresa tu atención a los sonidos. Simplemente escucha.
   Cuando escuches el palmear de las manos de tu maestro o maestra realiza una última respiración profunda. Y regresa a lo que estás haciendo.

2. Marca con una X qué tan calmada o agitada consideras que está tu mente:
   a. Como una cascada

b. Como un río

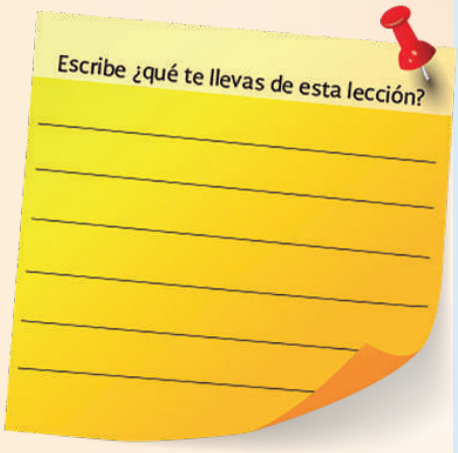
c. Como un lago en calma

3. Comenten en equipos de tres o cuatro personas:
   I. ¿Qué sonidos escucharon?
   II. ¿Cómo está su mente ahora? ¿agitada o en calma?
   III. ¿Cuál podría ser la utilidad de este ejercicio en la clase de matemáticas?

GLOSARIO

Soporte para entrenar la atención.
Se trata del objeto que utilizamos como referente o apoyo para "descansar nuestra atención"[1] y al cual debemos regresar cada vez que surja alguna distracción. Cualquier objeto de los sentidos puede volverse el soporte de nuestra atención: sonidos, olores, formas y colores, sabores o sensaciones táctiles. Se recomienda utilizar las sensaciones de la respiración porque se trata de un estímulo neutro (es decir, que no habrá de alterar nuestra percepción) que está a la mano.

1. L. Chernicoff y E. Rodríguez (2016), *Trabajar y vivir en equilibrio. Transformando el ámbito laboral desde el cambio interior.* Módulo 1 Panorama general: cultivar calma y discernimiento. Versión 2.4, Ciudad de México, p. 136.

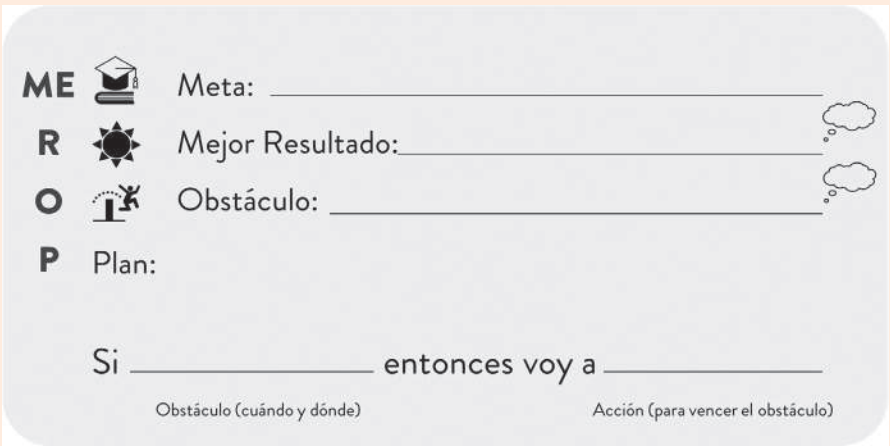


Resumen:

En la lección 4.6 estudiamos la mente-chango. Ésta es la tendencia de la mente de saltar de un pensamiento a otro, a pesar de que quisiéramos que se tranquilizara. ¿Cómo calmamos la mente cuando se comporta como un chango? En esta lección te presentamos una nueva técnica para hacerlo: PARAR y atender los sonidos. Consiste en PARAR por un minuto y atender a los sonidos que escuchas. Trata sólo de escucharlos, sin engancharte a ellos. Si escuchas el sonido de un carro y te surge un pensamiento, como: *¿será una camioneta?, ¿qué tipo de camioneta?, mi camioneta favorita es como la de mi tío, ¡qué bien me cae mi tío!, es mi ídolo,* etc., entonces ya te fuiste con los pensamientos y perdiste la atención a los sonidos. Si te pasa eso, regresa con suavidad tu atención a los sonidos.

Para la casa

Llena una nueva tarjeta para trabajar en esta semana.



Practica la técnica de PARAR y escuchar a los sonidos por dos días seguidos cuatro veces al día. Luego responde:

¿Cómo te fue?

_____

¿Cómo te sentiste?

_____

¿Cuáles fueron tus principales obstáculos?

_____

¿Quieres saber más?

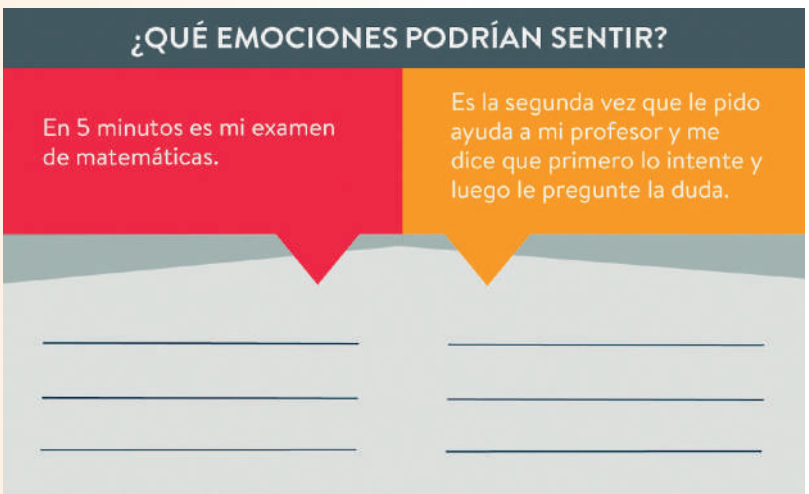
En el siguiente video el doctor Andrés Martín nos comparte algunos estudios científicos relacionados al *Mindfulness* o atención plena. Te recomendamos buscar en YouTube el video titulado "*Mindfulness: El arte de vivir conscientemente* | *Andrés Martín* | *TEDxSantCugat* " o haz clic aquí.

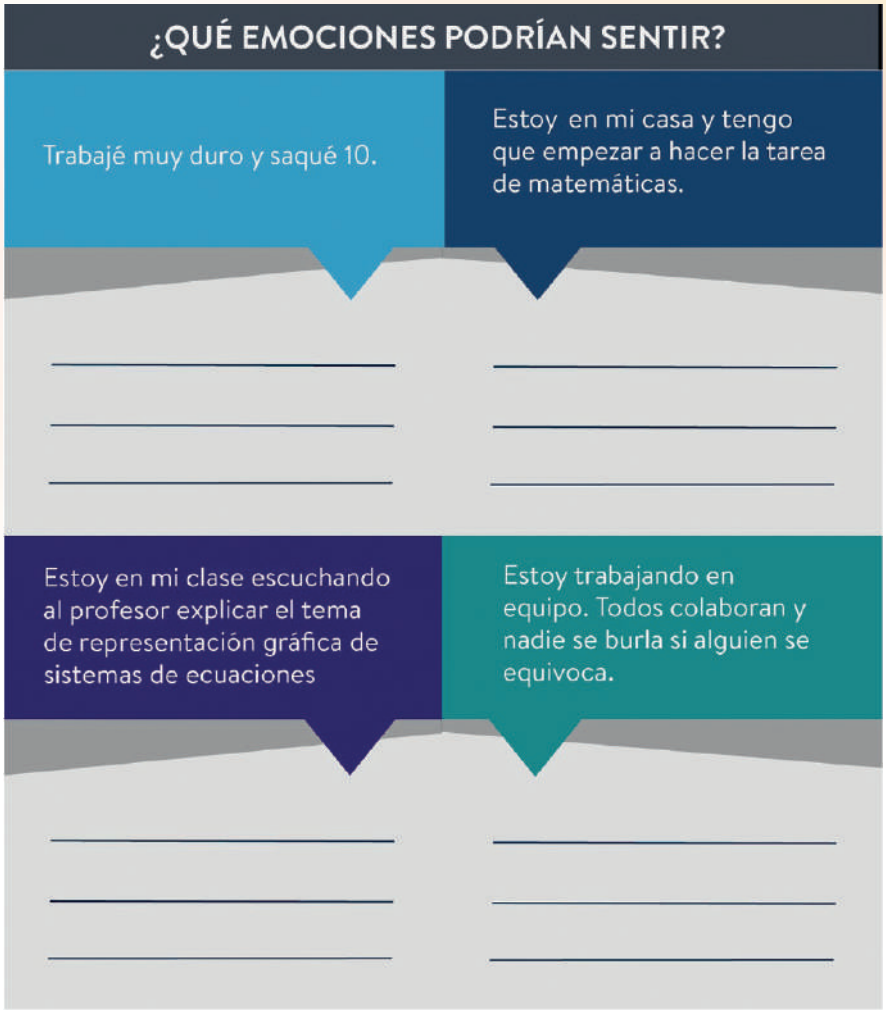
11.6 Mis emociones recurrentes

"Tropecé de nuevo y con la misma piedra". Jorge Massías

Gratitud, placer de aprender, alegría, humor, felicidad, gozo, paz interior, armonía, interés, entusiasmo, euforia, excitación, miedo, enojo, tristeza, terror, pánico, susto, compasión, empatía, rencor, odio, depresión, frustración, decepción, culpa, placer, disgusto, aversión, desprecio, amor, sorpresa, envidia, vergüenza, celos, fascinación, deseo, desilusión, aversión, apego, respeto, ansiedad, timidez, estrés, preocupación, aburrimiento, satisfacción, anhelo, desazón, nerviosismo, tensión, regocijo, agitación, enojo, asco, impotencia, pena, motivación, desconsuelo, inseguridad, desinterés, antipatía, equilibrio, plenitud, entre muchas otras emociones posibles. ¿Cuál es tu emoción más recurrente en la clase de matemáticas? En esta lección empezaremos a analizarla.

1. En equipos de dos o tres, escriban qué emociones podrían sentir otros compañeros en las situaciones descritas en cada caso:





2. En forma individual, subraya que emoción sentirías tú en cada situación (una o varias). Si piensas que sentirías otra emoción que no está escrita agrégala y subráyala.

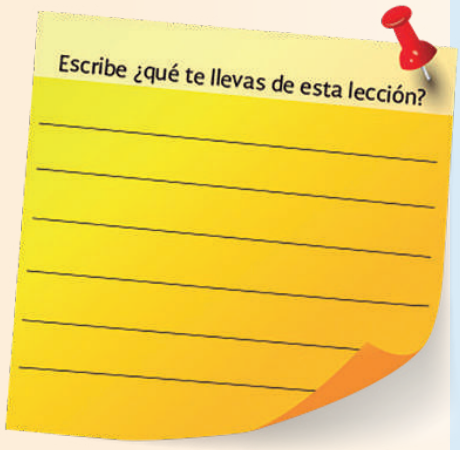
   I. ¿Cuál consideras que es tu emoción más recurrente en la clase de matemáticas?

GLOSARIO

Emociones recurrentes. Se trata de aquellas emociones que aparecen en nosotros con mayor frecuencia. Según el doctor Paul Ekman, la duración de las respuestas emocionales se extiende a lo sumo por tan sólo algunos minutos. Cuando el mismo patrón emocional se repite numerosas veces de manera intensa, creamos un hábito y la emoción se convierte entonces en un humor o estado de ánimo.[1]

1. Véase P. Ekman y R. Davidson (eds.) (1994), The Nature of Emotion, Oxford, Oxford University Press, p. 56.

II. ¿Consideras que esta emoción genera reacciones constructivas o destructivas? Explica por qué.



Resumen:

Si bien las circunstancias externas muchas veces están fuera de nuestro dominio y control, los seres humanos tenemos la capacidad de regular nuestras emociones y transformar nuestra relación con lo que nos sucede. Podemos aprender a distinguir y a fortalecer en nosotros las emociones que nos llevan a reaccionar de manera constructiva o que promueven el bienestar y el aprendizaje; así como a regular y a disminuir la recurrencia, intensidad y duración de las emociones y acciones que lo obstaculizan. En esta lección dimos el primer paso: identificar nuestras emociones recurrentes. El siguiente paso será pensar sobre un plan para regularlas.

Para tu vida diaria

Llena una nueva tarjeta para trabajar durante esta semana. Intenta escribir una meta relacionada con regular tu emoción recurrente. Si tu emoción recurrente te lleva a actuar de manera constructiva, ¡idea un plan que te ayude a fortalecerla!

ME Meta: _____

R Mejor Resultado: _____

O Obstáculo: _____

P Plan:

Si _____ entonces voy a _____

Obstáculo (cuándo y dónde) Acción (para vencer el obstáculo)

¿Quieres saber más?

¿Te sorprendió la lista de emociones de la introducción? Existe una gran variedad de palabras para nombrarlas. En el atlas de emociones se ilustra su diversidad acorde a su intensidad, frecuencia, las acciones y botones con las que suelen relacionarse. Te invitamos a buscar en tu navegador el *Atlas de las emociones* y buscar la opción en español o da clic aquí.

12.6 ¿Cómo me fue con la tarjeta MEROP?

"El éxito es la capacidad de ir de un fracaso a otro sin perder entusiasmo".
Winston Churchill

Estudio, aplico, hago un balance, analizo, vuelvo a aplicar, me equivoco y mejoro, escucho, aplico otra técnica, me sale bien y sigo avanzado. Me enojo y siento que no puedo, reflexiono y sigo adelante, compar-to, surgen nuevas ideas, me da pereza, la reconozco, me entusiasmo, sigo adelante, doy un consejo, me gusta estar bien, y estudio y ayudo y sigo mejorando... Así es como uno se entrena en las habilidades socioemocionales. En esta lección vamos a reflexionar sobre la tarjeta MEROP y cómo podríamos aplicarlas a situaciones conflictivas en la escuela.

1. En equipos de tres o cuatro personas inventen una situación conflictiva en la clase de matemáticas (o en la escuela) de un personaje ficticio a quien llamaremos Katy. Esta situación podría resolverse usando la tarjeta MEROP.

a) Describan brevemente la situación:

_____

b) Escriban tres breves consejos que le darían a Katy para llenar su tarjeta MEROP:

I. _____

II. _____

III. _____

Completen la tarjeta para Katy:

ME Meta: _____

R Mejor Resultado: _____

O Obstáculo: _____

P Plan:

Si _____ entonces voy a _____

Obstáculo (cuándo y dónde) Acción (para vencer el obstáculo)

2. En plenaria con todo el curso, comenten:

   I. Lo que respondieron en la pregunta anterior.

   II. Alguna situación particular en las que le fue de utilidad el uso de la tarjeta MEROP.

Resumen:

Recuerda que todo lo estudiado en este curso está dirigido a que puedas aumentar tu bienestar y lograr tus metas. Para que tenga el efecto deseado necesitas reflexionar sobre lo estudiado y aplicarlo a situaciones concretas de tu vida cotidiana. Hacer tus tarjetas MEROP te permite explorar y concretar tus metas, analizar los posibles obstáculos y generar planes donde puedes aplicar todo lo que has aprendido en este curso. Recuerda que es importante revisar si lograste tus metas, si surgieron nuevos obstáculos y si fueron eficaces tus planes. Cada vez que logres una meta, siéntete satisfecho por haber dado un paso en la dirección de tus sueños. Si no lo lograste, no te preocupes, aprovecha la ocasión para aprender y haz un nuevo plan para lograr lo que anhelas.

Para tu vida diaria

Reflexiona y anota: ¿qué es lo que más te gustó de este curso?

_____

_____

¿Qué mejorarías de el?

_____

_____

¿Quieres saber más?

¿Sabías que aplicar las herramientas que aprendiste a lo largo del curso se parece mucho al proceso creativo de los escultores? Hay que remover el material sobrante para sacar la obra de arte que hay dentro. Cuando tengas dificultades para continuar practicando las estrategias que vimos en el curso, recuerda que poco a poco y con perseverancia podrás mejorar tu manera de lidiar con los obstáculos que quizá no te dejen avanzar, paso a paso te acercas a tu meta y tendrás en la palma de tu mano la clave del bienestar. Para ver las posibilidades que hay dentro de una barra de jabón, puedes buscar en tu navegador *"El jabón, un video para reflexionar"*, o haz clic aquí.

GLOSARIO

Satisfacción.
Sentimiento de regocijo, complacencia o gozo que "se produce al cumplirse las expectativas de una persona, por ejemplo, el éxito como fruto de un trabajo bien hecho".[1]

PLAN DE ESTUDIOS

PRIMER SEMESTRE	SEGUNDO SEMESTRE	TERCER SEMESTRE	CUARTO SEMESTRE	QUINTO SEMESTRE	SEXTO SEMESTRE
Asignatura	Asignatura	Asignatura	Asignatura	Asignatura	Asignatura
Matemáticas 1	Matemáticas 2	Matemáticas 3	Matemáticas 4	Historia Regional de Sonora	Filosofía
Química 1	Química 2	Biología 1	Biología 2	Geografía	Ecología y Medio Ambiente
Metodología de la Investigación	Introducción a las Ciencias Sociales	Historia de México 1	Historia de México 2	Estructura Socioeconómica de México	Historia Universal
Taller de Lectura y Redacción 1	Taller de Lectura y Redacción 2	Literatura 1	Literatura 2	Formación Propedéutica	Formación Propedéutica
Ética 1	Ética 2	Física 1	Física 2	Formación Propedéutica	Formación Propedéutica
Inglés 1	Inglés 2	Inglés 3	Inglés 4	Formación Propedéutica	Formación Propedéutica
Informática 1	Informática 2	Formación para el trabajo	Formación para el trabajo	Formación Propedéutica	Formación Propedéutica
Actividades Paraescolares: Orientación Educativa. **Opcional:** - Artísticas y culturales - Deportivas	**Actividades Paraescolares:** Orientación Educativa. **Opcional:** - Artísticas y culturales - Deportivas	**Actividades Paraescolares:** Orientación Educativa: **Opcional:** - Artísticas y culturales - Deportivas	**Actividades Paraescolares:** Orientación Educativa. **Opcional:** - Artísticas y culturales - Deportivas	Formación para el trabajo	Formación para el trabajo
				Actividades Paraescolares: Orientación Educativa	**Actividades Paraescolares:** Orientación Educativa

FORMACIÓN PARA EL TRABAJO

1. Desarrollo Microempresarial
2. Comunicación
3. Servicios Turísticos
4. Inglés para Relaciones Laborales
5. Contabilidad
6. Gastronomía y Nutrición
7. Técnicas de Construcción
8. Tecnologías de la Información y la Comunicación

FORMACIÓN PROPEDÉUTICA

GRUPO 1
Químico Biológico

GRUPO 2
Físico Matemático

GRUPO 3
Económico-Administrativo

GRUPO 4
Humanidades y Ciencias Sociales

COMPONENTE	ASIGNATURAS
FORMACIÓN BÁSICA	32
FORMACIÓN PROPEDÉUTICA	8
FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	8
ACTIVIDADES PARAESCOLARES	10
TOTAL:	58

-Mayo 2018-

www.cobachsonora.edu.mx

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE SONORA

Gobierno del Estado de Sonora

SEC
Secretaría de Educación y Cultura

/cobachson @cobach_sonora @cobachsonora /SonoraCOBACH